Số 5, tháng 5 năm 2017

SPUTNIK NEWSLETTER

LÀM THẾ NÀO ĐỂ CÓ

SÁCH TOÁN TỐT CHO HỌC SINH!

Số 5, tháng 5 năm 2017

SPUTNIK NEWSLETTER

Tạp chí điện tử về khoa học và giáo dục phổ thông
Liên hệ bài vở: newsletter@sputnikedu.com
Trang web: http://sputnikedu.com

Trong số này:

Hội thảo về sách giáo khoa toán 15/04/2017

Sputnik Education

Chụp ảnh kỷ niệm tại hội thảo về sách toán

Buổi hội thảo *"Làm sao để có sách toán tốt cho học sinh"* đã được Sputnik Education cùng Archimedes Academy tổ chức vào ngày Thứ Bảy 15/04/2017 tại trường THCS Archimedes, từ 9h đến 12h sáng, theo sáng kiến của GS Nguyễn Tiến Dũng, với sự hỗ trợ của nhà báo Nguyễn Ngọc Diệp. PGS Chu Cẩm Thơ vừa là diễn giả, đồng thời vừa đóng vai trò dẫn chương trình cùng với thầy Ngô Văn Minh.

Các diễn giả chính tại hội thảo gồm có thầy Vũ Hữu Bình, thầy Tôn

Thân, GS Nguyễn Tiến Dũng, GS Đỗ Đức Thái, PGS Chu Cẩm Thơ, TS Trần Nam Dũng và thầy Bùi Việt Hà. Các phát biểu của những chuyên gia này được đăng lại trong số Sputnik Newsletter này, dưới dạng bài do tác giả cung cấp hoặc dưới dạng ghi chép lại phát biểu miệng. GS Đoàn Quỳnh, một trong các khách mời của hội thảo, từng là tổng chủ biên sách giáo khoa toán, tuy không phát biểu miệng nhưng có gửi bài viết ý kiến liên quan đến sách giáo khoa, cũng được đăng tại đây. Ngoài ra, phần thảo luận của buổi toạ đàm còn có nhiều phát biểu của các chuyên gia khác. Bạn đọc có thể xem video (dài gần 3 tiếng, HD) của toàn bộ buổi hội thảo tại địa chỉ sau:

https://www.youtube.com/watch?v=rTDmPOlZWOk&t=3019s

Một cảnh toạ đàm tại hội thảo

Có thể nói, đây là hội thảo nghiêm túc độc lập với Bộ Giáo Dục đầu tiên về chủ đề này, và nó đã gây tiếng vang lớn, thu hút khoảng một trăm chuyên gia tham dự trực tiếp và hàng trăm ngàn người theo dõi qua báo chí, trong bối cảnh Bộ Giáo Dục sẽ cải cách chương trình từ năm 2018.

Một số cộng tác viên và tình nguyện viên Sputnik tại hội thảo

Đài tryền hình VTV và một loại các báo chí đã đưa tin về buổi hội thảo và tường thuật lại nhiều vấn đề và quan điểm nổi bật được nêu ra. Trong đó có:

- **Vietnamnet**: *Đừng đặt vào sách giáo khoa quá nhiều trọng trách*. http://vietnamnet.vn/vn/giao-duc/khoa-hoc/chuong-trinh-giao-duc-pho-thong-dung-dat-vao-sach-giao-khoa-qua-nhieu-trong-trach-366989.html

- **Vnexpress**: *Sách giáo khoa toán vừa xấu, vừa ít bài tập thực tế*. http://vnexpress.net/tin-tuc/giao-duc/sach-giao-khoa-toan-vua-xau-vua-it-bai-tap-thuc-te-3570907.html

- **Tiền Phong**: *Đã đến thời sách giáo khoa không còn là 'thánh chỉ'*. http://www.tienphong.vn/giao-duc/da-den-thoi-sach-giao-khoa-khong-con-la-thanh-chi-1141524.tpo

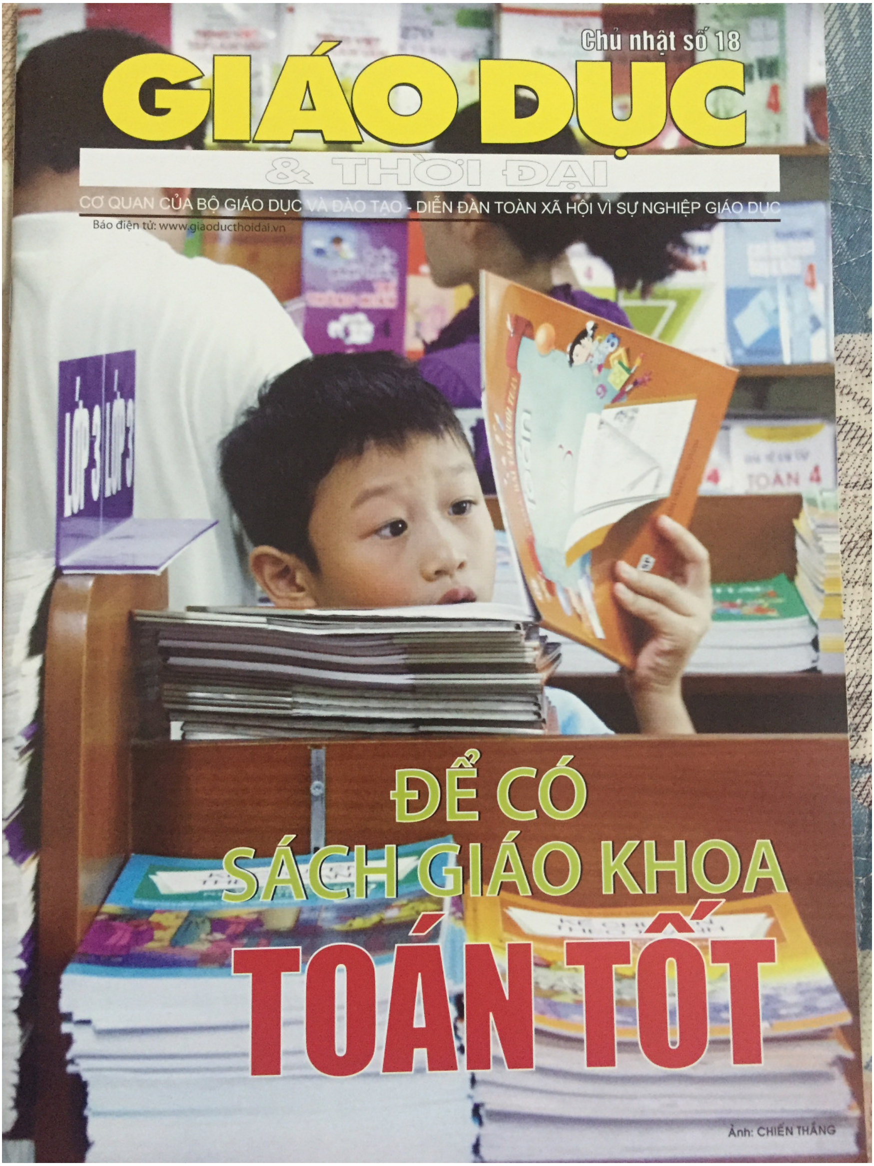
- **Tin Tức** (Thông Tấn Xã Việt Nam): *Sách giáo khoa Toán phải phù hợp với thực tế cuộc sống*. http://baotintuc.vn/giao-duc/sach-giao-khoa-toan-phai-phu-hop-voi-thuc-te-cuoc-song-20170415170305878.htm

- **Đại Biểu Nhân Dân**: *Sách giáo khoa toán cần tinh giản, hiện đại, thiết thực*. http://daibieunhandan.vn/default.aspxtabid=78&NewsId=388830

- **Tia Sáng**: *Làm sao để có sách toán tốt cho học sinh?* http://tiasang.com.vn/-doi-moi-sang-tao/Lam-sao-de-co-sach-toan-tot-cho-hoc-sinh-10598

- **Gia Đình net.vn** và **Thời Báo today**: *Sách toán "chuẩn" cần hướng tới năng lực của học sinh*. http://thoibao.today/paper/sach-toan-chuan-can-huong-toi-nang-luc-cua-hoc-sinh-1915168 http://giadinh.net.vn/giao-duc/sach-toan-chuan-can-huong-toi-nang-luc-cua-hoc-sinh-20170415213825414.htm

Đặc biệt, Tạp chí **Giáo dục và Thời đại** (của Bộ Giáo dục và Đào tạo) đã dành trang nhất và nhiều trang bên trong của Số báo Chủ nhật 30/04/2017 để truyền đạt nội dung của hội thảo này cho các giáo viên và cán bộ ngành giáo dục.


Chủ nhật số 18
GIÁO DỤC
& THỜI ĐẠI
CƠ QUAN CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO - DIỄN ĐÀN TOÀN XÃ HỘI VÌ SỰ NGHIỆP GIÁO DỤC
Báo điện tử: www.giaoducthoidai.vn
LỚP 3
LỚP 3
TOÁN 4
ĐỂ CÓ
SÁCH GIÁO KHOA
TOÁN TỐT
Ảnh: CHIẾN THẮNG

Sách giáo khoa Toán cần đa dạng, phát triển nhiều năng lực và phù hợp với học sinh

Vũ Hữu Bình

Dưới đây là nội dung bài phát biểu của Nhà giáo Nhân dân Vũ Hữu Bình tại Hội thảo về SGK Toán, do tác giả cung cấp.

Nhà giáo Vũ Hữu Bình tại buổi hội thảo về sách toán

Sách giáo khoa là một công cụ dạy học đặc biệt quan trọng, vì những kiến thức trong sách giáo khoa vốn được xem là chuẩn mực trong đánh giá và thi cử. Một cuốn sách giáo khoa thường ảnh hưởng đến việc giảng dạy và học tập của học sinh hàng chục năm.

Nhìn lại quá trình biên soạn sách giáo khoa Toán ở nước ta từ năm 1955, có thể chia ra 3 giai đoạn lớn:

– Giai đoạn 1 từ năm 1955-1986, trong 30 năm, sách được biên soạn theo sách giáo khoa Toán ở Liên Xô.

– Giai đoạn thứ 2 từ năm 1986 đến năm 2002, trong 16 năm. Đây là giai đoạn mà sách giáo khoa có nhiều biến động. Trong thời kì này, nhiều nước trên thế giới có ý tưởng hiện đại hóa môn Toán, muốn học sinh tiếp cận với nhiều kiến thức hiện đại, bỏ qua sự phù hợp sư phạm. Việt Nam cũng bị ảnh hưởng bởi quan điểm đó nên đặc điểm chung của sách giáo khoa trong giai đoạn này là hàn lâm. Hình học thì trình bày theo phương pháp tiên đề. Đại số thì quá coi trọng cấu trúc đại số với nhiều bài tập mang tính lý thuyết được lấy từ giáo trình ở đại học. Trước các ý kiến của giáo viên tại các Hội thảo thay sách giáo khoa, Bộ giáo dục đã kịp thời điều chỉnh. Cuốn hình học 7 được duyệt cho xuất bản vào 10-1986 thì đến 6-1987 được thay bằng cuốn khác. Sách không kịp phục vụ vào đầu năm học 1987-1988 nên trong học kì I của năm học đó, học sinh lớp 7 chỉ học đại số, đến học kì 2 mới bắt đầu học hình học.

Sau đó 7 năm thì tất cả các sách Toán được chỉnh lý, bỏ đi những chỗ phức tạp và lý thuyết nặng nề.

– Giai đoạn 3 từ năm 2002 đến nay, đã được 15 năm, là sách giáo khoa hiện tại. Bộ sách Toán ở cấp THCS do PGS.TS Tôn Thôn là chủ biên. Sách có những thay đổi đáng kể.

Về nội dung, sách đã giảm những lý thuyết phức tạp, giảm những chỗ trùng lặp với sách tiểu học (có tỉ lệ cân đối giữa lý thuyết với luyện tập, thực hành), các kiến thức hình học được trình bày theo con đường kết hợp trực quan và suy diễn.

Sách không áp đặt kiến thức, mà thường đưa ra các câu hỏi tạo tình huống làm nảy sinh vấn đề, có các câu hỏi củng cố, luyện tập giống như một giáo án lên lớp.

Sách mang đến cho học sinh những nội dung thực tế và nâng cao mặt bằng văn hóa chung cho học sinh. Học đến hệ thập phân, phép cộng, phép nhân, trong sách có bài tập: Nguyễn Trãi viết Bình Ngô đại cáo năm $\overline{abcd}$ trong đó $\overline{ab}$ là tổng số ngày trong 2 tuần lễ (là 14 ngày), còn $\overline{cd}$ gấp đôi $\overline{ab}$ (là 28) (Năm phải tìm là 14728).

Học BCNN, mục có thể em chưa biết giới thiệu Lịch can chi cấu tạo bằng các ghép 10 can với 12 chi. Do đó, cứ sau 60 năm (60 là BCNN của 10 và 12) thì tên của các năm âm lịch được lặp lại.

Học đến tỉ số, tỉ số phần trăm, các em được biết công thức mối xổi dưa cải, cách làm món "dừa kho thịt", biết tính tiền lãi gửi tiết kiệm (gồm lãi đơn, lãi kép...)

Tuy nhiên bên cạnh những ưu điểm sách giáo khoa Toán hiện nay thì vẫn còn những mặt hạn chế.

Nhiều chố vẫn còn trình bày nặng nề, chẳng hạn các quan hệ điểm nằm giữa 2 điểm, tia nằm giữa 2 tia vẫn được sử dụng ở trên mức cần thiết, gây khó khăn cho giáo viên và học sinh.

Nhiều kiến thức bị phân khúc, tách rời, thiếu liên tục, chẳng hạn các bài tập về thống kê dừng lại ở lớp 7, lên lớp 8, lớp 9 không được đề cập đến nữa.Còn thiếu những công thức hay dùng như diện tích tam giác đều cạnh a bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, làm cho học sinh khi làm bài thi vào lớp 10 vẫn phải chứng minh lại khi dùng, vì nếu không có thể bị trừ điểm.

Còn những bài tập chưa chọn lọc. Còn những câu hỏi không rõ ràng.

Còn thiếu nội dung cần thiếu cho cuộc sống hiện đại (đây là lỗi của chương trình). Còn thiếu những bài tập mang tính liên môn, gắn với vật lý, tài chính ngân hàng... Chưa có nhiều đề Toán gắn với mọi mặt của đời sống.

Có một cuốn sách giáo khoa Toán tốt - đó không chỉ là mong ước của giáo viên và học sinh, mà còn là mong ước của toàn xã hội. Để có những cuốn sách giáo khoa Toán tốt, cần phải giải quyết hợp lý nhiều mối quan hệ:

Vấn đề 1: Cân đối giữa tính khoa học và tính sư phạm.

Kiến thức trong sách giáo khoa phải chính xác, nhưng cần bám sát vào mục tiêu dạy học, vào trình độ chuẩn để phù hợp với sự tiếp thu của học sinh.

Chẳng hạn, cho phép các quan hệ về điểm nằm giữa 2 điểm, tia nằm giữa 2 tia được thể hiện trên hình vẽ, khi cộng độ dài đoạn thẳng, cộng số đo góc.

Trong sách giáo khoa Toán hiện tại, đã có nhiều chỗ thể hiện sự cân đối giữa tính khao học và tính sư phạm. Chẳng hạn khi dạy về định lý Pytago. Trước năm 2002, định lý này được học ở học kì 2 của lớp 8 với chứng minh sử dụng tam giác đồng dạng. Nay định lý này được đưa vào học kì 1 của lớp 7. Để đi đến định lý, sách giáo khoa Toán 7 tập I đã sử dụng 2 hoạt động sau:

Hoạt động 1: Quy nạp không tuần hoàn. Học sinh vẽ 1 tam giác có các cạnh góc vuông là 3 cm và 4 cm, rồi đo độ dài cạnh huyền để thấy bằng 5 cm, xuất hiện quan hệ $3^2 + 4^2 = 5^2$.

Hoạt động 2: Chứng minh bằng cắt ghép hình: Học sinh thực hành đặt 4 tam giác có cạnh góc vuông a, b, cạnh huyền c lên trên 1 hình vuông theo 2 cách ghép.

Với cách ghép 1, phần hình vuông chưa bị lấp có diện tích c^2.

Với cách ghép 2, phần hình vuông chưa bị lấp có diện tích $a^2 + b^2$.

Từ đó rút ra $c^2 = a^2 + b^2$.

Kết quả cho thấy học sinh lớp 7 đã tiếp thu được định lý Pytago 1 cách dễ dàng.

Vấn đề 2: Hội nhập quốc tế và giữ được bản sắc của giáo dục Việt Nam

Sách giáo khoa Toán nước ngoài có nhiều ưu điểm. Các bài tập rất đa dạng, bao phủ nhiều lĩnh vực cuộc sống. Sách in đẹp, nhiều màu.

Sách giáo khoa Toán của nhiều nước cho học sinh sớm làm quen với giải phương trình ngay từ lớp 6 và lớp 7, cho sử dụng nhiều quy tắc thêm cùng 1 số vào 2 vế của phương trình, nhân (chia) 2 vế của phương trình với cùng 1 số khác 0.

Còn ở Việt Nam, đến học kì 2 của lớp 8, học sinh mới được sử dụng thuật ngữ phương trình, dùng sớm là phạm luật. Trong 8 học kì ở THCS thì có 5 học kì học sinh chỉ được phép giải bài tập bằng phương pháp số học vốn không dễ dàng, không được phép sử dụng công cụ đại số mặc dù các em hoàn toàn làm đượ không khó khăn.

Cần cố gắng giảm thiểu sự khác biệt giữa môn Toán ở Việt Nam và ở các nước khác. Chúng ta còn nhớ cách đấy hơn 1 năm, trên báo điện tử Vietnam.net diễn ra cuộc tranh luận về bài toán ở 1 học sinh lớp 3. Đề Toán cho dưới hình thức trắc nghiệm là: Nhà Lan có 4 chuồng gà, mỗi chuồng có 8 con gà. Hỏi nhà Lan có tất cả bao nhiêu con gà?

Trong 4 phương án được đưa ra có phương án A là $8 \times 4 = 32$. Em học sinh đã chọn phương án A là $4 \times 8 = 32$. Giáo viên ghi là sai, và chữa lại là phải chọn phương án B là. S Vậy, giáo viên chấm Đ hay S.

Trong cuộc tranh luận có 3 quan điểm:

Quan điểm 1: Chọn 8×4 như cô giáo. Quan điểm này dựa vào 2 cách:

1. Ở đây số 8 được cộng với nhau 4 lần, tức là $8 + 8 + 8 + 8$ nên

viết là 8×4.

2. Kết quả tính ra số gà nên 8 gà phải viết trước. Quan điểm này được sự đồng tình của chủ biên sách giáo khoa Toán Tiểu học và 2 giảng viên khoa Giáo dục Tiểu học của trường Đại học Sư PHạm Hà Nội.

Quan điểm 2: Chọn 4×8 như học sinh làm. Dựa vào 2 cái:

1. Số 8 được cộng với nhau 4 lần, tức là 4 lần 8. Theo cách đọc ở Bảng cửu chương thì 4 lần 8 là 4×8.

2. Các sách của Mỹ, của Singapo (được chụp đăng tải trên bài viết) cùng làm như vậy khi họ viết $5 + 5 + 5 + 5 = 4 \times 5$.

Trong những người theo quan điểm 2, nhiều người phê pháp quan điểm 1 một cách quá mức. Một chuyên gia đại số (giấu tên) viết “Thật là nguy hiểm vì toàn bộ sách giáo khoa Toán Tiểu học đã viết như vậy, đi ngược lại hoàn toàn với cách viết truyền thống trong khoa học và của nhân loại. Cách viết đó sẽ tạo nên 1 thứ ngôn ngữ dị biệt và sẽ gây tác hại lớn.

Một người khác cho rằng: “Với cải cách giáo dục như thế này thì nền giáo dục Việt Nam còn ở dưới đáy thế giới. Tốt nhất mời các thầy cô về nhà đuổi gà và đếm gà nhà mình.

Quan điểm 3: Chấp nhận cả 2 cách viết 8×4 và 4×8. Sở dĩ, 4×8 cũng được chấp nhận vì đó là: 4 chuồng $\times$ 8 gà/chuồng thì kết quả là 32 gà.

Cách viết 4×8 cũng thường thấy ở các hóa đơn bán hàng. Chẳng hạn, bán 4 bút với giá 8 nghìn/bút. Sau cột tên hàng là cột số lượng: 4, cột đơn giá 8 nghìn rồi cột thành tiền 32 nghìn.

Rõ ràng kết quả là đồng nhưng đơn giá 8 nghìn vẫn viết sau số lượng 4 bút.

Có lẽ quan điểm thứ 3 là phù hợp hơn cả. Sách giáo khoa nên tránh những quan niệm cứng nhắc, đặc biệt là tránh sự khác biệt với sách giáo khoa Toán của nhiều nước khác. Thực tế là sách giáo khoa Tón ở THCS đã làm được việc này khi cho dùng đồng thời 2 cách kí hiệu tỉ số lượng giác tangα là $tg\alpha$ hoặc $\tan\alpha$. Tuy nhiên trong sách giáo khoa Toán nước ngoài cũng có những hạn chế.

Chẳng hạn, trong sách giáo khoa Toán 7 của Pháp được NXB.Giáo Dục dịch và in năm 2012 ở 1 trường (trang 195) có 5 định lý:

- ĐL1: Trong tất cả các tam giác, tổng số đo của 3 góc bằng $180°$.
- ĐL2: Nếu tam giác là cân thì 2 góc đáy bằng nhau.
- ĐL3: Nếu tam giác có 2 góc bằng nhau thì nó là tam giác cân.
- ĐL4: Nếu tam giác là đều thì nó có 3 góc bằng nhau và bằng $60°$.
- ĐL5: Nếu tam giác có 3 góc bằng nhau thì nó là tam giác đều.

Tất cả 5 định lý đều công nhận, không chứng minh. Sách Toán của Singapo cũng tương tự.

Trong sách giáo khoa Toán 7 hiện tại của Việt Nam,

- ĐL1: Tổng 3 góc của 1 tam giác bằng $180°$ được chứng minh đầy đủ.
- ĐL2: Trong 1 tam giác cân, 2 góc đáy bằng nhau được học sinh chứng minh thông qua 1 câu hỏi giữa chừng.
- ĐL3: Nếu 1 tam giác có 2 góc bằng nhau thì nó là tam giác cân được chứng minh thông qua 1 bài tập về nhà ở tiết học trước.
- Các ĐL4¸ ĐL5 như những hệ quả của các ĐL2 và ĐL3.

Thông qua các hoạt động chứng minh như thế, học sinh được rèn luyện nhiều về lập luận, về tư duy, về cách tìm lời giải, cách giải quyết vấn đề và quan trọng hơn là các em không bị buộc phải công nhận những điều các em có thể chứng minh được.

Trong khi chúng ta đang muốn đào tạo học sinh thành những con người tự chủ - chứ không phải thụ động, thì việc yêu cầu học sinh chứng minh những khẳng định Toán học phù hợp với trình độ của các em là điều nên làm.

Như vậy, những gì sách nước ngoài tốt hơn ta nên học tập, những gì sách của ta tốt hơn ta cần gìn giữ.

Vấn đề 3: Mối quan hệ giữa đại trà và nâng cao

Nhiều người muốn trong sách giáo khoa Toán, người các bài tập cho học sinh đại trà, có cả những bài tập dành cho học sinh khá-giỏi. Tuy nhiên việc làm này có thể xem như sử dụng “con dao 2 lưỡi”.

Bởi vì khi trong sách giáo khoa có những bài khó, lập tức nhiều giáo viên có xu hướng đi sâu vào những nội dung ấy và làm cho kiến thức Toán vốn có phần quá tải - lại càng nặng nề hơn.

Những kiến thức khó - nếu cần nêu - chỉ đưa vào mục “Có thể em chứ biết”. Sách giáo khoa hiện tại, ở những chỗ đã làm như vậy.

Chẳng hạn: Sau khi học về tính chia hết, mục “Có thể em chưa biết” có giới thiệu người ta chứng minh được rằng:

Nếu $a \vdots m$ và $a \vdots n$ thì $a \vdots BCNN(m, n)$.

Ví dụ: Nếu $a \vdots 4$ và $a \vdots 6$ thì $a \vdots 12$ (là $BCNN(4, 6)$.

Thầy Vũ Hữu Bình cùng với Hoàng Thị Thái Thanh, một trong các sáng lập viên của Sputnik Education

Vấn đề 4: Phát triển năng lực Toán học của học sinh.

Phát triển năng lực Toán học của học sinh là 1 xu thế ngày càng được coi trọng, đó là phát triển kỹ năng sử dụng kiến thức, kĩ năng và các phẩm chất con người để giải quyết những tình huống liên quan đến Toán.

Vì thế sách Toán phải quan tâm không chỉ năng lực tính toán mà còn phải quan tâm đến các năng lực tư duy, lập luận, năng lực giải quyết vấn đề, năng lực mô hình hóa Toán học, năng lực sử dụng ngôn ngữ, kí hiệu và các công cụ - phương tiện học Toán.

Sách Toán cần có những hướng dẫn về phương pháp giải Toán, cách tìm tới lời giải, tức là cung cấp cho học sinh chiếc chìa khóa để tìm lời giải cho bài tập. Sách Toán cũng cần giúp học sinh tự học. Tránh việc giải sẵn cá bài tập làm triệt tiêu động lực học tập của học sinh.

Sách Toán cần có nhiều ứng dụng của Toán học trong thực tế, đời sống, sản xuất, ứng dụng của Toán học trong các môn học khác. Thông qua các bài tập Toán, sách Toán cũng nên cho học sinh làm quen với các thuật ngữ lỗ, lãi, cổ phiếu, cổ đông, giúp học sinh hiểu biết thêm về Việt Nam và khu vực.

Vấn đề 5: Sách Toán cần sinh động và phù hợp với lứa tuổi học sinh.

– Sách cần có thêm những hình vẽ minh họa (nếu cần thiết).

Tăng thêm các bài tập vui - học (trong đó yếu tố vui phải đậm nét và yếu tố học phải sát với nội dung của chương trình).

– Sách viết cần gọn gàng, dễ hiểu, dễ tiếp thu.

Để có những cuốn sách giáo khoa tốt về Toán:

– Cần có sự phối hợp giữa nhà khoa học, nhà sư phạm và giáo viên đang trực tiếp giáo dục.

– Cần có sự đóng góp của những người có kinh nghiệm trong dạy học (sách giáo khoa Toán 6 được dạy từ 2002 thì trước đó 2 năm đã có sách giáo khoa thí điểm, đưa vào dạy thí điểm ở 11 địa phương, nhận được nhiều góp ý, kể cả những góp ý rất chi tiết. Chẳng hạn, họa sĩ vẽ minh họa trong sách giáo khoa 1 cậu bé đi xe đạp, ngoài cổ lại phía sau cười - hình vẽ lấy ở 1 cuốn sách Toán của Pháp - được giáo viên góp ý là không đảm bảo an toàn giao thông và đã được vẽ lại khi đưa vào sử dụng chính thức).

Một cuốn sách Toán vừa lòng tất cả mọi người là điều không thể. Tuy nhiên, chúng ta vẫn mong muốn rằng những cuốn sách Toán sắp tới là những cuốn sách tốt (giúp nâng cao chất lượng dạy Toán - học Toán và góp phần vào thực hiện mục tiêu dạy học của bộ môn.

Phát biểu của thầy Tôn Thân

Sputnik Education

Dưới đây là trích đoạn một số ý kiến của Nhà giáo Nhân dân PGS Tôn Thân, nguyên chủ biên SGK toán cho THCS, tại buổi Hội thảo. Bạn đọc có thể xem nguyên văn các phát biểu này trong video: https://www.youtube.com/watch?v=rTDmPOlZWOk&t=3019s

Nhà giáo Tôn Thân tại buổi hội thảo về sách toán

Thầy Tôn Thân, chủ biên của bộ sách giáo khoa Toán cấp THCS hiện hành, đã chia sẻ nhiều "kinh nghiệm sương máu" trong việc viết sách giáo khoa.

Thầy Tôn Thân cho biết: “Trong quá trình phỏng vấn giáo viên để tham gia viết sách giáo khoa toán hiện hành rất nhiều thuộc tính được đặt ra như: tính sư phạm, tính hoa học, tính giáo dục... Nhưng theo tôi, một cuốn sách giáo khoa toán tốt và đi vào đời sống được cần có *tính Việt Nam*” (phù hợp với thực tế Việt Nam).

Thầy Tôn Thân đồng ý với nhiều ý kiến của các chuyên gia khác, nhưn thầy nhấn mạnh rằng cần phải đảm bảo sự hài hòa khi viết sách, chú ý đến “tính Việt Nam” thì sách mới thành công.

Thầy Tôn Thân đưa ra ví dụ về môn toán thống kê. Môn này trước kia chưa có trong chương trình THCS. Khi đưa vào chương trình học, người biên soạn chưa biết đưa vào chương nào, lớp nào vì tính liền mạch của môn học từ trước đó. Nhưng khi thí điểm có đưa vào chương cuối cùng của năm học thì không học sinh nào học cả bởi thời điểm đó các em đã thi xong nên không cần học nữa. Sau khi điều chỉnh, cho vào giữa sách thì phần phần kiến thức này lại bị rời rạc, không ăn nhập với các phần khác.

Thầy Tôn Thân lấy một số ví dụ nữa về “tính Việt Nam" là kiểu “Học để thi” của học sinh: Phần “Hình học không gian” được đưa vào cuối lớp 9. Với tư duy là lên cấp III mới thi hình học không gian nên giáo viên không dạy. Buộc tác giả đưa phần này vào lớp 8 nên các giáo viên phải dạy. Hoặc nếu bán sách toán mà không có lời giải ngay cho mỗi bài toán thì không ai mua. Như bán sách mà có lời giải ngay như ở miền Nam thì "đắt như tôm tươi". Do đó, giữa khoa học so với thực tế cần cân nhắc rất nhiều.

Một ví dụ khác về “tính Việt Nam” mà thầy Tôn Thân đưa ra thể hiện trong giáo viên. Dù là kiến thức cơ bản nhưng rất nhiều giáo viên không nắm được thấu đáo. Nên khi viết sách phải chọn lựa giữa

Thầy Tôn Thân trao đổi với ông Đỗ Hoàng Sơn (Giám đốc Côn ty Giáo dục Long Minh) tại hội thảo

hai hướng: Viết thật chính xác theo khoa học thì đảm bảo không ai hiểu gì; Viết không chính xác một chút sẽ ít nhiều người hiểu vì gần gũi với cái họ thường làm hơn, dễ chấp nhận hơn đối với giáo viên.

Thầy Tôn Thân cho rằng nếu người dạy và người học nỗ lực sáng tạo thì vẫn có thể vượt qua những chỗ chưa hoàn hảo trong sách. Các thầy giáo có thể sửa được những lỗi sai của SGK, thay đổi bài chưa được, chưa hay trong đó bằng những bài của họ.

Thầy Tôn Thân lấy ví dụ những người như GS Đỗ Đức Thái, GS Ngô Bảo Châu đều là những người rất thành công dù họ đều học những cuốn SGK chưa hoàn hảo như vậy.

Làm thế nào để có một cuốn sách hay: Nguyên lý cơ bản & kinh nghiệm thực tiễn

Trần Nam Dũng

Dưới đây là nội dung tóm tắt bài phát biểu của TS Trần Nam Dũng tại Hội thảo về SGK Toán, do tác giả cung cấp.

Từ trái sang phải: thầy Bùi Việt Hà, thầy Vũ Hữu Bình, GS Nguyễn Tiến Dũng, TS Trần Nam Dũng, PGS Chu Cẩm Thơ

Có thể đặt vấn đề cho bài viết một cách khác như sau: Làm thế nào để có một cuốn sách dở. Trên thực tế, rất nhiều cuốn sách đã được viết mà không chú ý đến các nguyên lý, nguyên tắc dưới đây. Và thế là các cuốn sách không được hay cho lắm ra đời.

1. Viết bằng giọng văn của mình, ngôn ngữ của mình, phong cách của mình

Không sao chép những bài toán, lời giải và đặc biệt là những lời dẫn dắt, dẫn nhập của người khác. Nó sẽ vênh và khập khiễng lắm. Nói chung viết sách là phải quên cái động từ Copy-Paste đi, dù dùng cách này thì viết sách nhanh lắm. Hãy là chính mình, đừng bắt chước ai khác.

2. Xác định rõ đối tượng của cuốn sách

Thành công của cuốn sách của bạn nằm ở sự ghi nhận của độc giả. Một quán ăn ngon thường là quán chỉ bán 1, 2 món. Một cuốn sách hay, có ích và tạo dấu ấn phải là một cuốn sách dành cho một loại đối tượng cụ thể độc giả. Đừng đưa vài bài toán hay và khó vào rồi quảng cáo Sách dành cho học sinh khá giỏi và bồi dưỡng học sinh giỏi.

3. Cấu trúc sách

Phải làm kỹ trong việc xây dựng cấu trúc sách. Bắt đầu từ mục tiêu của cuốn sách $\Rightarrow$ Cấu trúc sách $\Rightarrow$ Mục tiêu các chương $\Rightarrow$ Nội dung các chương. Nêu rõ mối liên hệ tương hỗ giữa các chương trong lời nói đầu để độc giả tiện đọc.

Lời nói đầu và phần mở đầu mỗi chương phải được viết cẩn thận, trong đó nêu rõ mục tiêu của cuốn sách, cấu trúc cuốn sách, đối tượng chính của cuốn sách. Tương tự đối với các chương.

4. Văn phong, từ ngữ

Sử dụng từ ngữ cẩn thận, chính xác. Có thể xây dựng kho từ vựng của chính minh. Chú ý đến các từ khoá: ngắn gọn, rõ ràng. Sử dụng tốt dấu chấm câu. Không viết những câu dài lê thê. Nên sử dụng danh từ và động từ thay vì tính từ và trạng từ. Chú ý tạo ra những điểm nhấn.

5. Biên tập, biên tập và biên tập

Phải rất chú trọng công tác biên tập. Sách càng ít lỗi sai về nội dung và chính tả thì càng có uy tín. Có nhiều mức độ biên tập, trong đó có việc tự biên tập. Nhưng kinh nghiệm là hãy sử dụng những người đọc mới để biên tập.

6. Đừng tham

Một trong những lỗi thường gặp khi viết sách là tham, thấy cái gì cũng bỏ vào, thành ra cuốn sách dàn trải, không có điểm nhấn, thừa và lặp quá nhiều. Một động từ cần dùng hơn là Remove chứ không phải Include. Bản thân tôi khi viết sách có một nguyên tắc là luôn chốt số bài tập ở mỗi mục là 3, 7 hoặc 13 (tuỳ quy mô). Những giới hạn số lượng đó giúp ta chọn lọc hơn khi đưa bài tập.

Một cách tổng quát hơn, ta cũng đừng tham về mục tiêu và nội dung. Càng tập trung sẽ các tốt, các chuyên môn hoá càng tốt. Viết sách tả-pí-lù sẽ không có một điểm nhất, sách dày mà đọc xong không đọng lại được cái gì.

7. Tài liệu tham khảo và chỉ mục thuật ngữ

Đây là những biện pháp kỹ thuật giúp cho độc giả đọc sách dễ dàng hơn, hiệu quả hơn. Tài liệu tham khảo vừa nói lên sự trung thực của tác giả, vừa giúp độc giả có thể tham khảo thêm để mở rộng, đối chiếu, so sánh. Chỉ mục sẽ giúp chúng ta tra cứu lại nhanh khi gặp một thuật ngữ mà ta quên hoặc chưa biết. Với các sách bài tập, chỉ mục có thể liên quan đến cả nội dung bài toán hay phương pháp giải (ví dụ quy nạp, phản chứng, bất đẳng thức, phương trình hàm...).

TS Trần Nam Dũng phát biểu tại hội thảo (ảnh lấy từ video)

Khảo sát của PGS Chu Cẩm Thơ

Sputnik Education

Tại Hội thảo, PGS Chu Cẩm Thơ đã đưa ra một số con số thống kê của một điều tra trong phạm vi nhỏ về SGK toán.

Theo PGS Chu Cẩm Thơ (Viện KHGD Việt Nam), nhóm của bà đã tiến hành khảo sát online và đã tiếp cận được 59 giáo viên. Kết quả cho thấy có 58/59 giáo viên cho rằng SGK không đáp ứng được yêu cầu giảng dạy; họ phải cần sự trợ giúp rất nhiều của sách tham khảo. Trong SGK, kỹ năng làm toán gần như không có.

Có tới 69% số GV được hỏi cho rằng, SGK hiện tại không thực hiện được mục tiêu phát triển năng lực tư duy toán học của học sinh.

Đặc biệt, có tới 49% GV trả lời rằng, dưới 50% học sinh của họ có thể tự giải được bài tập mà không có sự hướng dẫn. Chỉ 9% trả lời là trên 75%.

Tuy với khảo sát nhỏ này mức độ tin cậy không cao nhưng nó là một kênh để tham khảo. Từ khảo sát này, PGS Chu Cẩm Thơ chỉ ra nhiều bất cập của SGK Toán hiện hành như nặng tính hàn lâm, thiếu tính thực tế.

Tiêu chuẩn sư phạm của một sách giáo khoa tốt

Chu Cẩm Thơ

PGS Chu Cẩm Thơ dẫn chương trình cho Hội thảo

Sự thay đổi của xã hội đã yêu cầu giáo dục phải thay đổi và ngược lại, giáo dục sẽ tạo ra những sản phẩm làm thay đổi xã hội trong tương lai. Phương thức và mục tiêu giáo dục yêu cầu sách giáo khoa mỗi thời kì có một sứ mệnh và nhiệm vụ khác nhau. Trước đây, Sách giáo khoa từng được coi là "pháp lệnh", đòi hỏi giáo viên phải dạy đúng theo sách giáo khoa, dạy đủ và tuân thủ chặt chẽ kết cấu chương trình định sẵn. Ngày nay, yêu cầu của đổi mới giáo dục, Việt Nam sẽ thực hiện "một chương trình, nhiều bộ sách giáo khoa". Như vậy, sự khác biệt của mỗi bộ sách có thể nằm ở cách tiếp cận, nội dung, cấu trúc và cách thể hiện hình thức. Với sự phát triển của khoa học công nghệ, học sinh sẽ có cơ hội tiếp cận kiến thức ở nhiều dạng thông tin khác nhau và ở nhiều lúc khác nhau (không chỉ có trong bài học). Vì thế, nhiệm vụ, vai trò của sách giáo khoa cũng như hình thức thế hiện cần có sự thay đổi đáng kể. Hơn nữa, hiện nay, việc dạy học phân hóa, đảm bảo sự tự chủ của giáo viên thì sách giáo khoa phải có các mạch kiến thức phải rõ ràng về cấu trúc, giúp dễ chuyển hóa về chương trình nhà trường. Dù là có sự khác nhau, nhưng các sách giáo khoa muốn được coi là "tốt", đáp ứng được nhu cầu dạy và học thì cần chú ý những tiêu chuẩn sau:

Về mặt sư phạm, Sách giáo khoa là Giá mang hoạt động Dạy (của Thầy) và hoạt động Học (của trò). Vì thế, sách giáo khoa cần đảm bảo:

1) Tạo ra tiền đề xuất phát để tiếp cận kiến thức mới (kiến thức có thể là một khái niệm, một công thức, một định lí, một cách giải,...). Thể hiện con đường tiếp cận nội dung mới (về phương pháp dạy học, phương pháp tự học, có từ khóa để tự tiếp cận, các kênh thông tin).
2) Củng cố được kiến thức mới (phù hợp với trình độ học sinh, giúp giáo viên dễ dàng chế biến để phù hợp trình độ, dạy học phân hóa)
3) Phản ánh năng lực của người học (qua tự đánh giá).

Qua nghiên cứu SGK môn Toán của Việt Nam và một số nước, chúng tôi có một số khuyến nghị về SGK:

Thứ nhất, Cấu trúc sách cần giúp người sử dụng dễ tự học thì cần bổ sung các mục sau:

1. Hướng dẫn sử dụng sách

Mục này thường được viết để hướng dẫn học sinh sử dụng sách trong tự học. Hiện nay, sách Việt Nam thì thường chỉ chiếm có nửa hoặc một trang, chủ yếu là giới thiệu kí hiệu. Tuy nhiên, nhiều sách giáo khoa có thể có đến cả chục trang. Ở đó, họ giới thiệu cả những tình huống đặc biệt, sự tham khảo để giúp người đọc có cách tự học tốt nhất.

2. Giới thiệu tác giả

Tập thể tác giả, phản biện và những người dạy thực nghiệm đều được giới thiệu cẩn thận. Không chỉ để tôn vinh, ghi trách nhiệm của họ mà hơn hết đây là cách xây dựng cộng đồng sử dụng sách. Với lời giới thiệu, người đọc dễ dàng nhận ra vai trò, cách liên hệ với tác giả hoặc người liên quan.

3. Chú giải (GLOSSARY)

Đây là mục để giới thiệu những khái niệm, thuật ngữ với những chú giải ngắn gọn dễ tra cứu. Một số sách còn bổ sung những cá nhân lịch sử. Đây là có thể là một mục riêng, cũng có thể đưa vào từng bài.

Các SGK rất chú trọng mục này, vì có thuật ngữ, học sinh sẽ dễ dàng tra cứu và tự học, tự nghiên cứu.

4. Bảng chỉ dẫn (INDEX)

Hầu hết các sách đều có mục này, để giúp học sinh dễ dàng tra cứu tình huống xuất hiện thuật ngữ đó trong bài học. Sách giáo khoa Toán của Việt Nam hiện nay cũng có mục này, nhưng thường thì học sinh bỏ qua,vì không được giới thiệu cách sử dụng nên các em không chú ý rèn luyện kĩ năng đọc sách và tra cứu.

5. Những hoạt động mở rộng

Các sách cũng có thêm những hoạt động mở rộng như là ứng dụng của sách, của môn học, nguồn tài liệu tham khảo, tra cứu,... để giúp học sinh tự phát triển bản thân qua nghiên cứu tài liệu, các kênh tài liệu.

6. Tự đánh giá so với chuẩn

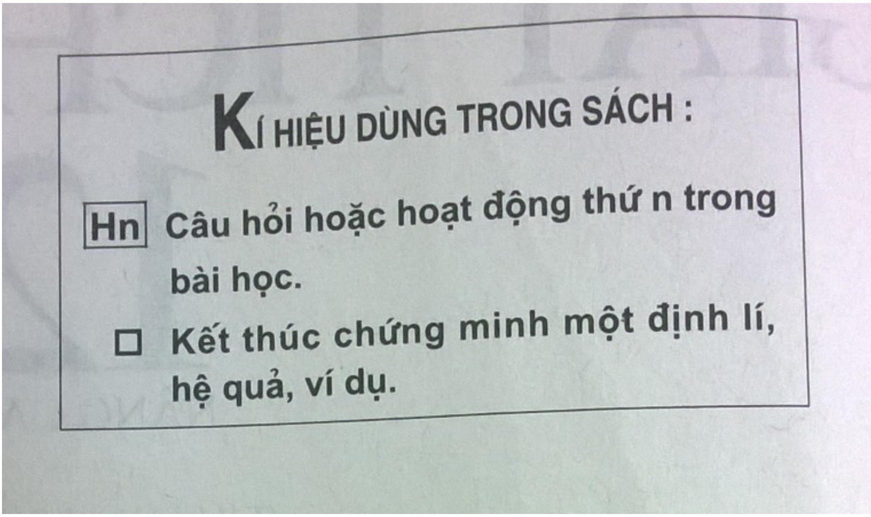
Ở đây, sách cần có những bài kiểm tra mẫu, hoặc những chủ đề hệ thống (hướng dẫn, tự ôn luyện) đã được xây dựng cẩn thận, có độ tin cậy trên chuẩn đầu ra, để giúp học sinh tự đánh giá, giúp giáo viên căn cứ vào đó để đánh giá học sinh, hoặc điều chỉnh việc dạy và học. Thực tế, một số sách còn cho phần này lên ngay đầu quyển sách dành cho học sinh để giúp các em chú ý, có định hướng học tập ngay từ đầu khi dùng sách.

Thứ 2 Thể hiện SGK. Ngày nay, sự mở rộng của các loại hình thông tin, kênh tiếp nhận thông tin, nên hầu hết các bộ sách giáo khoa sẽ gồm có:

1. Sách cho học sinh

2. Sách cho giáo viên
3. Sách bổ trợ, nâng cao
4. Sách và tư liệu online (điện tử)
5. Hướng dẫn chuẩn tự đánh giá

Ngoài ra, kênh hình hay sự phối hợp giữa các kênh rất được coi trọng. Chẳng hạn, để dạy một bài học có sự hỗ trợ của công nghệ thông tin, thì trước đây, giáo viên và học sinh phải tự kiếm tìm tài liệu, thì nay, với sự sản xuất đồng bộ của "Bộ sách giáo khoa" thì phần mềm/sách điện tử đi cùng sẽ có những hình ảnh, clip,... hỗ trợ. Dưới đây là một số hình ảnh minh họa mang tính so sánh, đối chiếu giữa SGK Việt Nam và nước ngoài để giúp chúng ta dễ hình dung hơn.



Hình ảnh trang 4 - Hướng dẫn sử dụng sách Giải tích 12 (NC)

Hinweise zur Arbeit mit diesem Buch

Jeder Abschnitt beginnt mit einer **offenen Einstiegsaufgabe,** die zu den neuen Inhalten führt.

In der zweiten **Einstiegsaufgabe mit Lösung** wird das neue Thema an einem anderen Sachverhalt erarbeitet. Mithilfe der Lösung können Sie sich den Inhalt selbstständig erarbeiten, nacharbeiten oder die Problemlösestrategien herausarbeiten.

Das neu Gelernte wird allgemein in **Informationen** zusammengefasst und durch **Beispiele** erläutert.

Manchmal werden weitere neue Aspekte auch in einer **Weiterführenden Aufgabe** angesprochen.

Die **Übungsaufgaben** bieten Ihnen vielfältige Möglichkeiten das neu Gelernte zu festigen und anzuwenden.

Zu einigen Übungsaufgaben gibt es ein **Beispiel** mit einer Musterlösung, in der wichtige mathematische Verfahren oder Strategien aufgezeigt werden.

Am Ende eines Kapitels wird in Kurzform das **Wichtigste im Überblick** zusammengefasst.

Jeder Inhalt wird an einem **Beispiel** konkretisiert.

Das anschließende **Klausurtraining** bietet einfache und komplexere Aufgaben zur Klausurvorbereitung.

Die **Lösungen** dazu finden Sie im Anhang des Buches.

Ergänzende Hinweise für Lehrerinnen und Lehrer

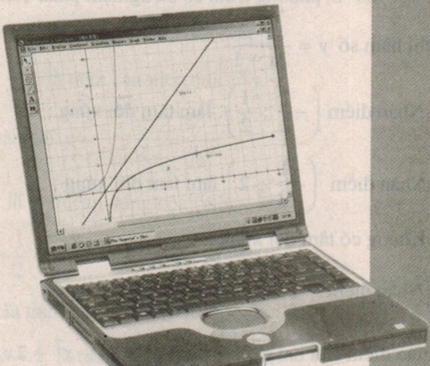
- Die beiden **Einstiegsaufgaben** kommen anhand von zwei unterschiedlichen Problemstellungen zum inhaltlichen Kern des Abschnitts.
- Anhand der **Einstiegsaufgabe mit Lösung** wird sichtbar, welchen didaktisch-methodischen Weg die Autorinnen und Autoren eingeschlagen haben.
- Die **Informationen** sind verständlich geschrieben und unabhängig von der Problemstellung in der Einstiegsaufgabe formuliert. So können sie gut zum späteren Nacharbeiten, z. B. zur Vorbereitung auf eine Klausur, genutzt werden.
- Die Aufgaben sind gut gestuft und durch die inhaltlichen **Zwischenüberschriften** unterschiedlichen Aspekten des Themas zugeordnet.

Zudem gibt es **Vernetzte Aufgaben,** in denen die neue Themen mit bereits erarbeiteten Inhalten aus vorangegangenen Abschnitten vernetzt werden.

Hình ảnh một phần hướng dẫn sử dụng sách của SGK Giải tích (tương ứng lớp 12) của Đức

Chương II

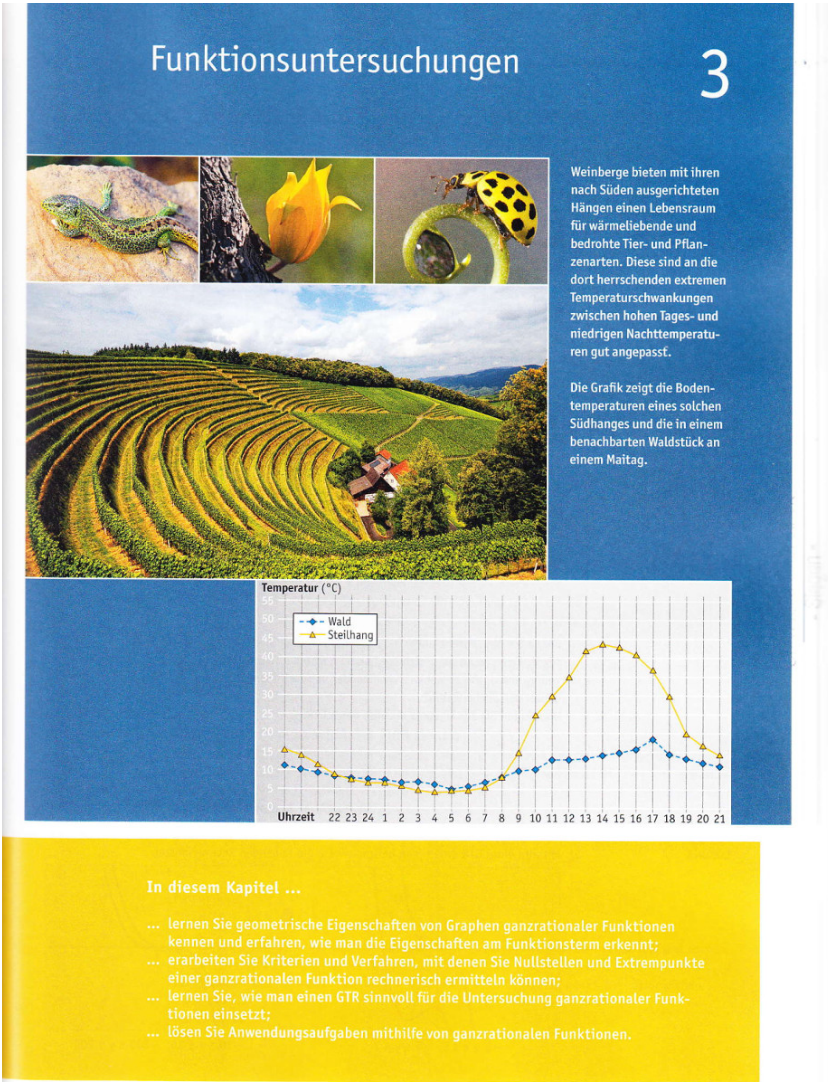
HÀM SỐ LUỸ THỪA, HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT



Trong chương này, luỹ thừa với số mũ nguyên được mở rộng cho số mũ hữu tỉ, số mũ thực và từ đó hình thành khái niệm lôgarit. Đây là những phép tính được sử dụng nhiều trong khoa học, kĩ thuật và đời sống. Trên cơ sở đó, ta khảo sát hai hàm số quan trọng là **hàm số mũ** và **hàm số lôgarit**. Cuối chương sẽ nêu một số phương pháp giải phương trình mũ và phương trình lôgarit.

Học sinh cần nắm được các tính chất của luỹ thừa và lôgarit, của hàm số mũ và hàm số lôgarit; đồng thời vận dụng được các tính chất ấy để giải phương trình, hệ phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit.

Hình ảnh trang mở đầu chương II - giải tích 12 (NC)



Funktionsuntersuchungen 3

Weinberge bieten mit ihren nach Süden ausgerichteten Hängen einen Lebensraum für wärmeliebende und bedrohte Tier- und Pflanzenarten. Diese sind an die dort herrschenden extremen Temperaturschwankungen zwischen hohen Tages- und niedrigen Nachttemperaturen gut angepasst.

Die Grafik zeigt die Bodentemperaturen eines solchen Südhanges und die in einem benachbarten Waldstück an einem Maitag.

In diesem Kapitel ...

- ... lernen Sie geometrische Eigenschaften von Graphen ganzrationaler Funktionen kennen und erfahren, wie man die Eigenschaften am Funktionsterm erkennt;
- ... erarbeiten Sie Kriterien und Verfahren, mit denen Sie Nullstellen und Extrempunkte einer ganzrationalen Funktion rechnerisch ermitteln können;
- ... lernen Sie, wie man einen GTR sinnvoll für die Untersuchung ganzrationaler Funktionen einsetzt;
- ... lösen Sie Anwendungsaufgaben mithilfe von ganzrationalen Funktionen.

Hình ảnh mở đầu chương của SGK Giải tích (tương ứng lớp 12) của Đức

1-1 Estimating with Whole Numbers

Sometimes in math you do not need an exact answer. Instead, you can use an *estimate*. **Estimates** are close to the exact answer but are usually easier and faster to find.

When estimating, you can round the numbers in the problem to *compatible numbers*. **Compatible numbers** are close to the numbers in the problem, and they can help you do math mentally.

"WELL, MAYBE UMPTEEN ZILLION WAS TOO GENERAL A COST ESTIMATE."

Vocabulary

- estimate
- compatible number
- underestimate
- overestimate

EXAMPLE 1 Estimating a Sum or Difference by Rounding

Estimate each sum or difference by rounding to the place value indicated.

A 5,439 + 7,516; thousands

$$\begin{array}{r} 5{,}000 \\ +\ 8{,}000 \\ \hline 13{,}000 \end{array}$$

Round 5,439 down.
Round 7,516 up.

The sum is about 13,000.

B 62,167 − 47,511; ten thousands

$$\begin{array}{r} 60{,}000 \\ -\ 50{,}000 \\ \hline 10{,}000 \end{array}$$

Round 62,167 down.
Round 47,511 up.

The difference is about 10,000.

Remember!

When rounding, look at the digit to the right of the place to which you are rounding.

- If that digit is 5 or greater, round up.
- If that digit is less than 5, round down.

An estimate that is less than the exact answer is an **underestimate**.

An estimate that is greater than the exact answer is an **overestimate**.

6 Chapter 1 Operations and Properties — Video Lesson Tutorials Online my.hrw.com

Trang mở đầu một chủ đề SGK Macmillan lớp 6

Social Studies LINK

Use the bar graph for Exercises 25–31.

25. On one summer day there were 2,824 sailboats on Lake Erie. Estimate the number of square miles available to each boat.

26. If the areas of all the Great Lakes are rounded to the nearest thousand, which two of the lakes would be the closest in area?

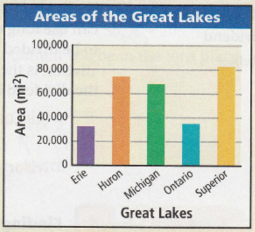
27. About how much larger is Lake Huron than Lake Ontario?

28. The Great Lakes are called "great" because of the huge amount of fresh water they contain. Estimate the total area of all the Great Lakes combined.

29. **What's the Question?** Lake Erie is about 50,000 square miles smaller. What is the question?

30. **Write About It** Explain how you would estimate the areas of Lake Huron and Lake Michigan to compare their sizes.

31. **Challenge** Estimate the average area of the Great Lakes.



Area includes the water surface and drainage basin within the United States and Canada.

Test Prep

32. **Multiple Choice** Which number is the best estimate for 817 + 259?

Ⓐ 10,000 Ⓑ 2,000 Ⓒ 1,100 Ⓓ 800

33. **Short Response** The National Football League requires home teams to have 36 new footballs for outdoor games and 24 new footballs for indoor games. Estimate how many new footballs the Washington Redskins must buy for 8 outdoor games. Explain how you determined your estimate.

1-1 Estimating with Whole Numbers **9**

Trang thể hiện sự tự đánh giá, định hướng học tập cho học sinh, SGK Macmillan lớp 6

LINK
Earth Science

Perhaps the most famous geyser in the world, Old Faithful's eruptions can reach more than 180 feet.

18. **Life Science** A male adult dolphin at an aquarium eats 576 pounds of fish during a 30-day month. On average, how many pounds of fish does the dolphin eat each day?

19. **Earth Science** A scientist monitors Old Faithful, a geyser in Yellowstone National Park, for a period of 2,880 minutes. During this time the geyser erupts a total of 34 times. At this rate, how often does Old Faithful erupt?

20. **Critical Thinking** Describe how the problem 24,000 ÷ 50 could be solved without just dividing 24,000 by 50. Then find the answer.

21. **Multi-Step** Claudia's parents bought an entertainment center for $1,176. They plan to pay for it with 14 equal monthly payments. How much will each payment be if a $4.50 service charge is added every month?

22. **What's the Error?** A student solved the division problem 1,182 ÷ 12 as shown. His answer was 98.6. Explain the error and write the correct quotient.

$$\begin{array}{r} 98 \\ 12\overline{)1{,}182} \\ -108 \\ \hline 102 \\ -96 \\ \hline 6 \end{array}$$

23. **Write About It** A professor needs 2,025 sheets of paper to print classroom materials. The professor can buy packs of paper which have 200 sheets each. Explain how to find how many packs of paper the professor must buy.

24. **Challenge** The population of Jackson, TN, was 59,643 in 2000. In 2006 the population had increased by 3,068 people. The area of the city is approximately 112 square kilometers. What was the population density of Jackson, TN, in 2006, rounded to the nearest person per square kilometer?

Test Prep

25. **Multiple Choice** A small airplane has a total weight capacity of 3,000 pounds for its passengers and crew. If the average weight of each passenger and crew member is 189 pounds, what is the greatest number of passengers and crew that can fit on the airplane?

Ⓐ 15 Ⓑ 15.87 Ⓒ 16 Ⓓ 17

26. **Short Response** A long-distance bike rider travels 1,220 miles from Tulsa, OK, to Orlando, FL, in 24 days. How many miles per day did the rider average on the journey?

1-2 Divide Multi-Digit Whole Numbers 13

Nội dung thể hiện sự tích hợp, ứng dụng của toán học ở sách Macmillan lớp 6

Phát biểu của GS Đỗ Đức Thái

Sputnik Education

Dưới đây là trích đoạn một số ý kiến của GS Đỗ Đức Thái, chủ nhiệm chương trình mới về toán phổ thông của Bộ Giáo Dục, tại buổi hội thảo về sách giáo khoa toán. Bạn đọc có thể xem nguyên văn toàn bộ các phát biểu này trong video về buổi hội thảo.

GS Đỗ Đức Thái phát biểu tại hội thảo về sách toán

GS. Đỗ Đức Thái cho rằng vị thế của SGK mới sẽ thay đổi hẳn so với SGK hiện hành. Vai trò của nó sẽ giảm đi nhiều, không còn độc tôn, mà chỉ còn là một trong các kênh thể hiện chương trình, trong bối cảnh của cuộc cách mạnh công nghệ 4.0 giúp cho cả thầy và trò có nhiều cách khác nhau để tiếp cận thông tin.

Săp tới, chương trình môn học, chứ không phải sách giáo khoa, mới là pháp lệnh duy nhất, chỗ dựa duy nhất để vận hành cỗ máy giáo dục. Nhưng chương trình cũng chỉ quản lý 70-80% thời gian học, còn lại để cho địa phương, cho mỗi nhà trường tự sáng tạo theo kế hoạch dạy học. Tính dân chủ của chương trình phải tăng lên, phản biện xã hội phải được nhiều lên.

GS Thái tán thành với chỉ đạo của Bộ GD - ĐT về việc có nhiều bộ sách giáo khoa, và có những tiêu chí cụ thể để ngăn chặn sách không tốt. Ông khẳng định sách giáo khoa Toán mới sẽ được tinh giản, hiện đại, yếu tố thị giác tốt hơn và nâng tầm sáng tạo của học sinh.

GS Đỗ Đức Thái cũng khẳng định chương trình toán hiện nay không phải quá nặng như nhiều người nghĩ mà vấn đề nằm ở chỗ lối dạy của chúng ta là lối dạy thi cử, nhất nhất nhằm thi cử, khiến nó trở nên quá nặng nề. Đây cũng chính là nguyên nhân sâu xa khiến các giáo viên không truyền tải được tinh thần của SGK.

Theo GS Đỗ Đức Thái, không thể giảm tải thêm chương trình toán, vì giảm tải là đi lùi với các nước trên thế giới. Thay vào đó, cần đổi mới thi cử, nâng cao trình độ giáo viên, cải thiện cơ sở vật chất, để việc dạy và việc học được hiệu quả hơn.

Theo GS Đỗ Đức Thái, giáo viên toán của Việt Nam hiện nay trình độ nhìn chung còn kém nên không truyền tải được hết tinh thần của SGK. Trong khi đó, giáo viên ở nước ngoài chỉ coi SGK như một tài liệu tham khảo để biên soạn một cuốn SGK của riêng họ.

GS Đỗ Đức Thái nhấn mạnh quan điểm toán phổ thông không phải là "vị toán học" mà cần "vị cuộc sống". Cần thay đổi cách tiếp cận nội dung kiến thức trong môn toán. Cái quan trọng nhất mà học sinh cần biết khi học một kiến thức toán mới là nó được sinh ra từ đâu và tại sao người ta lại sinh ra nó, cần nó để làm gì, chứ không phải một đống mẹo mực và công thức rắm rối không biết dùng vào đâu.

GS Đỗ Đức Thái cho rằng sách giáo khoa Toán hiện nay chủ yếu phục vụ giáo viên chứ chưa trực tiếp hướng tới học sinh. Sách giáo khoa mới thay đổi điều đó và thành tài liệu để học sinh có thể tự học.

GS.TS Đỗ Đức Thái khẳng định SGK có 5 thành tố: nội dung, dạy và học, cơ cấu và tổ chức một cuốn sách, ngôn ngữ và yếu tố thị giác. Các chức năng của SGK phải hướng đến mỗi học sinh được hoàn thiện bản thân mình.

Cô Lê Bích Phượng (lo hậu cần cho hội thảo), cùng GS Đỗ Đức Thái

Phát biểu của GS Nguyễn Tiến Dũng

Sputnik Education

GS Nguyễn Tiến Dũng phát biểu tại hội thảo về sách toán

GS Nguyễn Tiến Dũng đã có viết bài về các điểm bất cập trong SGK toán hiện tại, đăng trên Giáo Dục điện tử trong tháng 3/2017 và trên Sputnik Newsletter số trước, và cũng đã viết bài và làm báo cáo tại seminar của PGS Chu Cẩm Thơ về các tiêu chí của một SGK toán tốt. Tại hội thảo về sách toán, GS Nguyễn Tiến Dũng chỉ phát biểu ngắn gọn để nhường thời gian cho các chuyên gia khác.

GS Dũng đánh giá cách học toán của học sinh Việt Nam vẫn theo cách luyện học để thi, quá chú trọng đến các mẹo toán mà ít quan tâm đến việc học toán để phục vụ cuộc sống. Việc dạy toán học là cần phải hướng học sinh tiếp cận đến bất cứ vấn đề nào trong cuộc sống. Đó mới là điều quan trọng.

Theo GS Dũng, dạy toán là phải dạy học sinh cách tiếp cận vấn đề chứ không phải chỉ để luyện thi. Học chỉ để luyện thi nên ra đề khác đi là học sinh không làm được, và ra cuộc sống gặp phải vấn đề khác trong sách vở là tắc tịt. GS. Dũng cũng đưa ra một thực tế đáng buồn ở Việt Nam, đó là sách toán có hay đến mấy mà không hướng đến luyện thi thì vẫn không được nhiều người quan tâm, khó bán.

GS Dũng cảm ơn các diễn giả và mọi người đã đến dự hội thảo và đã có những phát biểu rất tâm huyết, thẳng thắn, cởi mở và chứa đựng nhiều thông tin, và cảm ơn những người đã góp phần tổ chức hội thảo.

Nhà báo Nguyễn Ngọc Diệp và GS Nguyễn Tiến Dũng

Ý kiến phản biện của GS Đoàn Quỳnh

Thư của GS Đoàn Quỳnh gửi đến Sputnik Education phản biện lại một số ý kiến của GS Nguyễn Tiến Dũng về SGK toán hiện tại.

Thư gửi chị Lê Bích Phượng, Sputnik Education.

Chị Phượng thân,

Tôi xin trả lời bức thư ngày 17/4 của chị gửi tôi. Trong cuộc gặp mặt hôm 15/4, sau khi anh Tôn Thân phát biểu ý kiến, tôi cũng đã muốn có đôi lời nhưng cuộc gặp mặt kết thúc chỉ ít lâu sau đó.

Tôi có ý muốn bênh vực phần nào các tác giả SGK Toán 6 trước các lời phê bình có phần nặng nề của bài báo anh Nguyễn Tiến Dũng đăng ở báo điện tử Giáo dục ngày 16/3 và được anh ấy nhắc lại qua ở cuộc gặp 15/4.

Các ý kiến của bài báo về SGK Toán 6 chủ yếu nói về cách tiếp cận, cách trình bày kiến thức, cách dạy một số chủ đề. Một số ý kiến theo tôi là đúng đắn, có thể các tác giả chương trình, SGK mới nên biết để tìm cách sửa chữa, cải tiến cho tốt hơn. Tuy nhiên cũng còn nhiều vấn đề cần trao đổi bàn luận.

– Chẳng hạn, bài báo viết: "Học sinh trước hết cần hiểu khái niệm phân số cũng là số tức là đại lượng để đo độ lớn nhỏ các thứ ".

Về điều này, tôi thấy SGK Toán 6 viết tốt: sau khi nhăc lại ở câu đầu (trang 4 Toán 6 tập 2) rằng ở tiểu học ta đã biết có thể dùng phân số để ghi kết quả của phép chia số tự nhiên cho số tự nhiên khác 0, sách nêu định nghĩa phân số (tử số mẫu số), nêu ví dụ về phân số chia phần (fraction partage) ở các bài tập 1, 2, nói về hai phân số bằng nhau rồi viết: Các phân số bằng nhau là các cách viết khác nhau của cùng một số gọi là số hữu tỉ (dòng cuối trang 10 Toán 6 tập 2), sẽ được học kỹ ở lớp 7 (Số này hình như được tác giả bài báo gọi là giá trị của phân số). Chắc chắn không thể coi $\frac{1}{2}$ và $\frac{2}{4}$ là một được (rút gọn phân số, phân số tối giản để làm gì?), chỉ nói chúng khác nhau nhưng biểu diễn cùng một số (số này cũng có thể biểu diễn bởi số thập phân 0,5).

Nếu muốn thì ta có thể (và có nên?) viết thêm: đôi khi để ngắn gọn (và nếu không gây hiểu nhầm) người ta cũng nói số $\frac{1}{2}$, số $\frac{2}{4}$. Định nghĩa $\frac{a}{b} = a : b$ trong SGK Pháp (fraction quotient) (cách ghi thương số của phép chia mà ta nhắc lại ở trên) là với tinh thần đó? Học sinh biết số nguyên, số thập phân cũng thông qua cách viết chúng, nhưng ở đây cách viết là duy nhất! Còn dùng phân số để viết thương thì không duy nhất (có lẽ đó là cái khó chính?). Vậy thì ở đây cũng là vấn đề cần bàn luận?

– Về định nghĩa phân số bằng nhau nhờ nhân chéo trong SGK Toán 6, tác giả bài báo cho rằng chỉ nên coi nó là một qui tắc nhận biết.

Tôi nghĩ rằng mặc dầu SGK có nêu ví dụ mở đầu về bằng nhau của hai phân số theo nghĩa chia phần và kiểm tra sự bằng nhau đó bằng nhân chéo (cuối trang 7 Toán 6 tập 2), rồi mới nêu định nghĩa như thế nhưng có vẻ cũng hơi vội vàng, đột ngột thành thử định nghĩa có vẻ còn "hàn lâm"?!

– Ví dụ khác: bài báo viết: tác giả bức xúc với định nghĩa trong SGK cho học sinh THCS kiểu số hữu tỉ là số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.

Nhưng nhìn lại, đầu lớp 7 (trang 5, SGK Toán 7 tập 1),tôi thấy sách viết đóng khung: số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$. Đến trang 34 khi nói về quan hệ giữa số hữu tỉ và số thập phân SGK Toán 7 tập 1 mới có câu như bài báo nêu mà coi như một tính chất chứ không phải định nghĩa!

Bài báo còn cho rằng có lẽ (?) không nên đưa khái niệm số thập phân vô hạn tuàn hoàn vào THCS vì về mặt chính xác toán học khi đưa nó vào trước hết cần biết thế nào là giới hạn.

Nhưng học sinh ngay từ tiểu học đã gặp chia số tự nhiên cho số tự nhiên mà không được số thập phân hữu hạn và đây cũng là một động cơ, một ích lợi của việc ghi thương đó nhờ phân số, chẳng hạn $\frac{1}{3}$. Vả lại ta cũng không đề cập gì nhiều đến các phép tính với các số thập phân vô hạn tuàn hoàn này nên cũng chưa cần nhiều đến khái niệm giới hạn? Ngoài ra sau này giới thiệu số vô tỉ (Toán 7 tập 1) là số thập phân vô hạn không tuần hoàn có lẽ giúp học sinh dễ hình dung hơn, dễ nói đến quan hệ lớn bé hơn là định nghĩa mọi số (?) không hữu tỉ là số vô tỉ. Tôi thấy SGK hiện tại đề cập vấn đề này như thế là vừa phải. Vậy đây cũng là vấn đề còn cần bàn luận!

– Rồi về định nghĩa phép trừ: bài báo cho rằng nên định nghĩa phép trừ số nguyên, phân số là phép toán ngược của phép toán cộng số nguyên, phân số rồi mới nói trừ là cộng với số đối.

Với số nguyên (Toán 6 tập 1), sau khi nhắc lại phép trừ số tự nhiên (số bị trừ lớn hơn số trừ), có nêu 2 ví dụ nêu lên rằng đó là cộng với số đối rồi sách mới nêu định nghĩa $a - b$ là $a + (-b)$; tuy nhiên, tôi cũng thấy SGK nên nhấn mạnh hơn đến ý nghĩa phép trừ là phép toán ngược của phép cộng ở đây thông qua vài ví dụ (có thể tác giả nghĩ rằng vừa nhắc lại phép trừ số tự nhiên (số bị trừ lớn hơn số trừ) ở tiểu học, ở đó ý nghĩa phép trừ là phép ngược của phép cộng, học sinh đã hiểu rõ ràng rồi?).

Vì sao đã đến lúc cần viết sách khoa học máy tính cho học sinh từ cấp tiểu học?

Bùi Việt Hà

Bài phát biểu của thầy Bùi Việt Hà tại hội thảo, tuy là về tin học, nhưng liên quan chặt chẽ tới toán học trong nhà trường.

1. Môn Tin học đã thay đổi.

– Tin học và Toán học là 2 môn học, 2 lĩnh vực rất gần nhau, có thể coi như sinh đôi, nhưng hiện nay nếu bạn ra hiệu sách thì các sách toán cho HS nhiều vô kể, còn sách tham khảo tin học cho HS thì... bằng 0. Vì sao như vậy?

– Đã có 1 thời gian dài (quá dài), môn Tin học là 1 môn phụ trong nhà trường. Học sinh học Tin học tức là chỉ học cách sử dụng 1 số phần mềm thường dùng hàng ngày hoặc rèn luyện các kỹ năng cơ bản như gõ 10 ngón, soạn thảo văn bản,... Phần kiến thức lõi của Tin học là Khoa học máy tính hầu như không có hoặc gần = 0. Nhận xét này không chỉ đúng với Việt Nam, mà còn đúng trên phạm vi toàn thế giới.

– Môn Tin học dạy trong nhà trường phổ thông hiện nay đã thay đổi lớn trên toàn thế giới, Việt Nam chúng ta cũng đã bắt đầu thay đổi. Trong Chương trình Giáo dục mới sau 2018, môn Tin học đã chính thức được đưa vào nội dung CS - Computer Science, Khoa học máy tính. Trong tương lai không xa, nội dung Khoa học máy tính sẽ là trọng tâm của môn Tin học.

– Nhắc lại 1 lần nữa: Tin học là môn học có tính chất STEM đậm đặc nhất vì môn này có các đặc điểm: dựa trên nền tảng toán học chặt chẽ, rèn luyện trực tiếp năng lực thiết kế, viết chương trình thông qua lập trình; kiểm thử, sửa lỗi chương trình; ứng dụng công nghệ trong tất cả các khâu hình thành chương trình.

– Trong CS thì rõ ràng thuật toán đóng vai trò trung tâm nhất, mà thuật toán thực chất là toán học. Như vậy nếu trong Toán học cái lõi là "tư duy toán học" thì Khoa học máy tính cái lõi là "tư duy máy tính" hay "tư duy thuật toán".

– Rất nhiều bài toán tin học xuất phát từ các bài toán và vấn đề của toán học. Ví dụ tất cả các dạng bài toán rời rạc, tổ hợp mà cần "chứng minh sự tồn tại" đều có thể chuyển dạng sang tin học, thay thế chữ chứng minh bằng chữ "tìm".

– Tất cả những thay đổi trên có được nhờ vào sự phát triển rất mạnh của CNTT, và đặc biệt nhất là sự xuất hiệncác ngôn ngữ lập trình riêng cho trẻ con, ví dụ Scratch, Alice, Snap, Kodu,....

– Lập trình kéo thả Scratch vô cùng hấp dẫn đối với trẻ nhỏ. Trẻ con có thể mê lập trình Scratch hơn chơi game.

– Hiện nay đã bắt đầu xuất hiện các kỳ thi mang tính quốc tế về khoa học máy tính, lập trình game dành cho học sinh nhỏ tuổi. Một số trang, ví dụ Code.org còn có các bài học lập trình dành cho lứa tuổi mẫu giáo lớn. Xu thế này sẽ ngày càng tăng trong thời gian tới.

2. Sách về Khoa học máy tính cho học sinh cần viết những gì?

Trước mắt sách về Khoa học máy tính dành cho trẻ nhỏ có thể chia thành 2 hướng:

a) Sách dạy lập trình kéo thả, ví dụ Scratch, từ đơn giản đến nâng cao, đặc biệt có thể dạy học sinh cách thiết kế phần mềm, trò chơi hoàn chỉnh.
b) Sách toán nhưng định hướng đến thuật toán, và những bài toán có thể có chương trình minh họa.
c) Sách dạy kỹ năng thiết kế chương trình, thiết kế game dành cho học sinh nhỏ tuổi.

3. Sự khác biệt lớn nhất giữa 1 bài toán toán và 1 bài toán lập trình.

Giữa các bài toán TOÁN và các bài toán TIN có 2 sự khác biệt sau:

Khác biệt 1.

– Bài toán TOÁN có thể có những bài rất khó, HS không thể làm được ngay dù có suy nghĩ rất nhiều (mặc dù HS này là chuyên toán kỳ cựu).

– Nhưng tất cả các bài toán TIN đều chắc chắn có lời giải, ít ra là các thuật toán "tồi" như vét cạn, tốn thời gian, bộ nhớ, dữ liệu.

Khác biệt 2.

– Một bài toán dù khó đến đâu, nếu có lời giải thì có thể coi như đã giải xong, hoàn chỉnh.

– Ngược lại rất nhiều bài toán TIN, có hướng rồi, có thuật toán rồi nhưng triển khai không đơn giản, không dễ, vì không đáp ứng được yêu cầu của bài toán đó. Do vậy giải 1 bài toán TIN đến đích tuyệt đối nhiều khi là không thể..

4. Sách viết về chủ đề Khoa học máy tính cho trẻ con sẽ hấp dẫn như thế nào?

– Các bài tập mang có tính tư duy thuật toán thực chất là các bài toán dạng đặc biệt và cũng hấp dẫn học sinh giống như môn toán.

– Các bài toán lập trình trên các môi trường lập trình kéo thả mới như Scratch, Alice rất sống động, với hình ảnh, âm thanh đầy đủ, rất hấp dẫn đối với trẻ nhỏ.

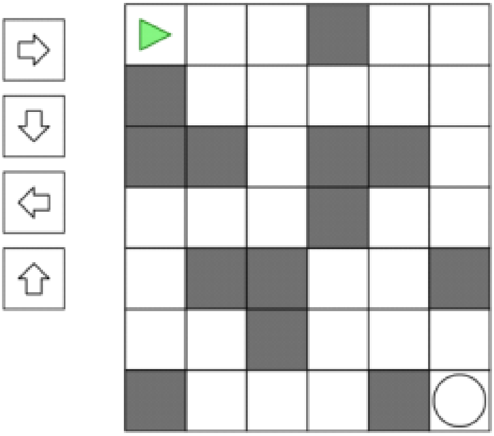
– Chúng ta hãy thử kiểm tra tính hấp dẫn của 2 bài toán Tin học sau, cả 2 bài này đều dành cho lứa tuổi 8-10.

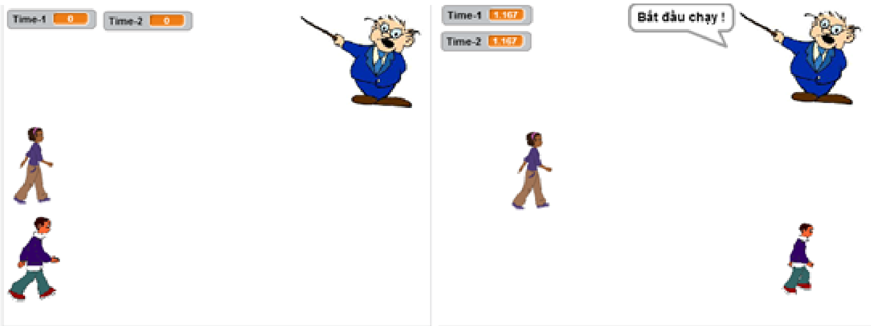
Bài 1. Cho một lưới ô vuông như hình dưới đây. Yêu cầu là cho 1 quân cờ xuất phát từ góc trái trên (vị trí hình tam giác) và đi đến vị trí góc phải dưới (vị trí có hình tròn). Quân cờ chỉ được đi trên các ô trắng, không đi được vào các ô đen. Để điều khiển quân cờ người ta cần đặt các mũi tên vào các ô (trắng). Khi gặp mũi tên quân cờ sẽ đi tiếp theo hướng mũi tên cho đến khi không đi được nữa hoặc gặp mũi tên khác.

Hỏi phải đặt vào lưới ô vuông tối thiểu là bao nhiêu mũi tên?

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Bài 2. Lập trình trò chơi "**chạy thi marathon**". Thiết kế 1 trò chơi đơn giản sau trên Scratch.





Trên màn hình ban đầu có 1 trọng tài và 2 bạn học sinh như trên hình. Khi bắt đầu chơi, trọng tài nói chuẩn bị, và sau đó hô "Bắt đầu". Hai bạn sẽ chạy từ trái sang phải (với vận tốc ngẫu nhiên). Đến cạnh phải thì quay lại, chạy về vị trí ban đầu thì dừng lại. Phía trên có đồng hồ đo thời gian của 2 người chơi. Sau khi kết thúc, trọng tài sẽ tuyên bố tên người thắng cuộc là người có thời gian chạy ít hơn.

Homeschooling là hình thức học hay và cần khuyến khích

Lê Vân

Đây là nội dung một bài phỏng vấn của nhà báo Lê Vân với thầy Ngô Văn Minh về đề tài homeschooling (học tại gia), đăng tại đây cho bạn đọc tham khảo, với sự đồng ý của tác giả.

Trước câu chuyện của anh Đặng Quốc Anh- người cha ở TP Hồ Chí Minh quyết định để 2 con trai dừng học ở trường phổ thông để tự học ở nhà (homeschooling), ông Ngô Văn Minh, Giáo viên dạy Toán, trường Archimedes Academy (Hà Nội) nhận định đó là hướng đi phù hợp với những gia đình có định hướng giáo dục khá cởi mở so với thực trạng áp đặt còn nặng nề trong nhà trường hiện nay.

Phong phú môi trường học tập của trẻ

Ông Ngô Văn Minh cho rằng: “Học tại nhà là dạng học tập cao cấp, dù không phù hợp với đại trà nhưng phù hợp với một nhóm trẻ em đặc trưng với các gia đình có đủ điều kiện, năng lực và thời gian. Nếu Homeshooling được thừa nhận tại Việt Nam thì nó sẽ mở ra một kênh học mới cho nhiều gia đình”.

Theo ông Ngô Văn Minh, hình thức học Homeschooling là học sinh có thể ngồi ở nhà học theo chương trình chính thống và được nền giáo dục thừa nhận. Hình thức này đang có ở Việt Nam nhưng không được giáo dục hiện hành thừa nhận. Gia đình, học sinh muốn tiếp cận cần thông qua chương trình học ở những nước đã phát triển hình thức học này như Mỹ.

"Homeschooling là môi trường học có tương tác, có thầy cô, có trường, lớp và bạn bè, chỉ khác là giao tiếp với nhau qua môi trường imternet và nhóm phụ huynh có thể đóng vai trò những người trợ lý, trợ giảng và đồng hành với học sinh. Theo tôi, vì Việt Nam chưa thừa nhận nên chưa có cơ sở giáo dục nào hỗ trợ về mặt đánh giá, đo lường", ông Ngô Văn Minh nói.

Dẫn chứng về mô hình học này, ông Ngô Văn Minh cho biết: "Ví dụ có nhóm phụ huynh cùng ước nguyện, cùng các điều kiện kinh tế, hiểu biết sẽ nhóm học cùng nhau. Lớp học 7 bạn, 7 cặp vợ chồng phụ huynh học sinh chia nhau thời gian biểu quản lý thời gian biểu. Thời gian, chất xám của cha mẹ được phân công và chia sẻ với nhau. Các gia đình có điều kiện kinh tế, thời gian, bố mẹ có trí thức, họ sẵn sàng làm trợ giảng và giúp đỡ học sinh trong quá trình học tập. Điều đặc biệt của hình thức này là không thể ủy quyền nguồn lực nào bên ngoài gia đình".

Ông Ngô Văn Minh cho rằng, nội dung kiến thức trong sách của Việt Nam, đặc biệt các môn toán và khoa học, không khác nhiều so với các nước trên thế giới. Điều khác là rào cản ngôn ngữ. Nếu rào cản này được phá bỏ thì việc học tập sẽ rất dễ dàng.

Là một phụ huynh cũng như bằng kinh nghiệm giảng dạy Toán của mình, ông Ngô Văn Minh nhận thấy có hai đối tượng học sinh sẽ hoàn thiện hơn khi được áp dụng hình thức Homeschooling: Đó là những học sinh có khả năng đặc biệt và không phù hợp với môi trường học đồng nhất; Đó là học sinh có khiếm khuyết khi hòa nhập. Nếu lựa chọn thì đây là hình thức học rất tốt cho những học sinh này. Đồng thời, xu hướng Homeschooling sẽ làm phong phú môi trường học tập của Việt Nam hiện nay.

"Tôi đã nghiên cứu hình thức này và cũng từng có ý tưởng thử nghiệm cho con rồi nhưng do hình thức này chưa được kiểm chứng tại Việt Nam, bên cạnh đó do không được sự ủng hộ của con gái và bản thân không quá tự chủ kinh tế nên chưa dám đầu tư khi chưa biết kết quả thế nào", ông Minh nói.

Nên thừa nhận như một xu hướng

Ông Ngô Văn Minh cho rằng: "Không nên nhìn bối cảnh giáo dục chung để hạn chế sự hòa nhập của xu thế. Ngành giáo dục nếu có điều kiện nghiên cứu hãy mạnh dạn làm và điều chỉnh dần. Cái cần là có môi trường để thử nghiệm. Nếu được thừa nhận ở Việt Nam thì việc quản lý sẽ thành công hơn. Khi đó, việc học tập của học sinh theo hướng Homeschooling sẽ có đánh giá, đo lường, kiểm chứng và chắc chắn sẽ được thừa nhận"

"Học sinh không đến trường học mà học Homeschooling ở nhà. Định kỳ, sẽ được phép tham gia quá trình đo lường, đánh giá ở tại cơ cở giáo dục. Cơ sở có thể gắn vào một số trường tiêu biểu hoặc tự bản thân các cơ quan quản lý tạo ra các cơ sở đó. Song song với hệ thống hệ thống bình thường, thời gian là là thước đo kiểm nghiệm hình thức này có tốt hay không tốt. Từ đó, các trường ở các cấp tiếp theo hay các trường ĐH Việt Nam có tiếp nhận hay không", ông Ngô Văn Minh nói.

Thực tế, xu hướng Homeschooling đã và đang phát triển ở Việt Nam. Ông Ngô Văn Minh khẳng định việc này không phải là ít. Bởi từ thực tế cho thấy có những gia đình và học sinh không thích và cảm thấy không phù hợp với cách giảng dạy, chương trình hiện hành.

Mặt khác, hình thức học Homeschooling cũng được tham gia ngay cả với những học sinh đang học chính quy. Có nhiều trường hợp vẫn học ở trường và vẫn theo Homeshooling với lựa chọn một vài các môn điển hình.

Ông Ngô Văn Minh cho biết: "Tôi biết có gia đình có con học trường THCS Amsterdam Hà Nội đã lựa chọn một số môn như: Khoa học, Toán, Văn học Mỹ để Homeshooling.

Hoặc có gia đình với định hướng cấp III cho con đi du học ở Singapore, đã lập trình cho con học song song: Học sinh vẫn đến trường học và học giáo trình bằng tiếng Anh của nước ngoài. Bố mẹ của học sinh này đều đã đi du học ở Mỹ. Bố cháu là một nhà khoa học nên rất hiểu về giáo dục nơi muốn con đến học tập".

Học sinh không phải học tất cả các môn theo Homeschooling mà chỉ một vài môn. Ông Ngô Văn Minh cho biết: "Một học sinh ở trường THCS Amsterdam Hà Nội đang học một môn mất khoảng 2000-3000 USD/ năm. Tại đó, chương trình học cấp đủ sách vở, giáo trình, giáo viên và nhóm học tập. Học sinh nằm ở các nước khác nhau có thể tương tác qua ngôn ngữ là tiếng Anh. Homeschooling có định hướng rõ ràng là đi du học. Bởi điều này ở đại học trong nước chưa đáp ứng được".

"Tôi biết, có phụ huynh chia sẻ, con học lớp 6, tiết văn trên nhà trường học rất kém và rất sợ. Nhưng khi học Homeschooling với văn học Mỹ thì phụ huynh bất ngờ vì con rất thích văn mà hoặc bằng tiếng Anh. Đây là điều khó lý giải. Bình thường toán, khoa học khá dễ dàng về đánh giá, đo lường. Nhưng văn học có sự cảm thụ và đặc thù nhưng học sinh này lại thích học", ông Ngô Văn Minh cho biết.

Đánh giá về các điều kiện để phát triển mô hình này, ông Ngô

Văn Minh cho biết: “Hiện tại công nghệ phát triển tốt. Công nghệ thông tin giúp cho học sinh không có khoảng cách địa lý nữa. Những học sinh có điều kiện ở thành phố được tiếp cận chương trình nước ngoài. Cũng chương trình như thế nhưng là chương trình Việt Nam, học sinh ở các tỉnh, vùng sâu, vùng xa nếu có tư chất, có khả năng tài chính sẽ tham gia. Điều này giúp phá rào cản về mặt địa lý, tri thức, giữa thành thị nông thôn. Chương trình bình đẳng ở mọi miền”.

Cái dốt của người nay, số 3: Chăm tập chân tay, có khi lại gay

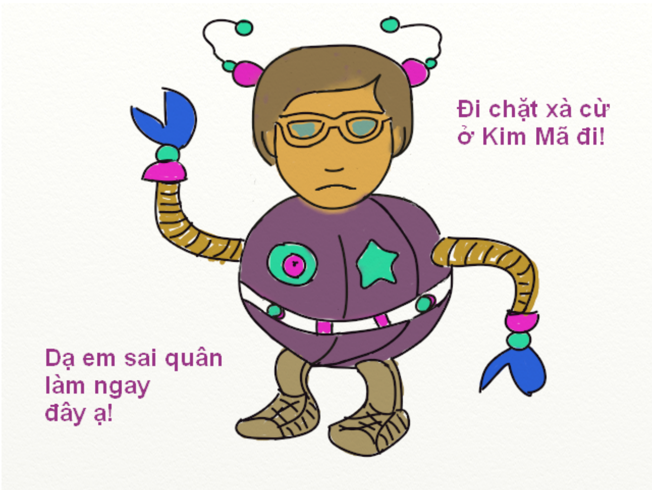
Lão Tao

Bạn đã bao giờ thấy bác sĩ khuyên bệnh nhân phải đọc sách, học ngoại ngữ, học vẽ... để chữa bệnh chưa? Lão cá là chẳng có bác sĩ nào khuyên bệnh nhân chữa bệnh như thế đâu, vì thế nếu bạn đã qua 40 tuổi thì bạn nên đọc bài này để biết hoạt động trí óc có thể giúp những người từng lao động trí óc sống mạnh khỏe thế nào ở cái tuổi bên kia sườn dốc.

Bác nên đọc 2 cuốn sách mỗi tuần bác ạ

Người đời có câu "Đầu óc ngu si, tứ chi phát triển" dành để chỉ những ai mà ai cũng biết là ai đấy. Còn bài viết này, dù cũng bàn tới đầu óc, tứ chi nhưng là để dành cho những người lao động trí óc có tuổi, sắp về hưu, đã nghỉ hưu, rất chăm tập thể dục, lười đọc sách, lười học cái mới, cốt để cảnh báo một nguy cơ bệnh tật nghiêm trọng đang rình rập mà họ không biết.

Thoạt trông, những người lao động trí óc là những người bận rộn, năng động, nhưng thực ra họ sống khá đơn điệu, vô thức, bản năng như các robot được lập trình. Lưu ý, đơn điệu, vô thức, bản năng không phải là nhàn hạ và những người lao động trí óc khi tuổi cao, nếu bỗng dừng lao động trí óc sẽ dễ mắc các bệnh liên quan tới thần kinh như stress, trầm cảm, Alzheimer, Parkinson... Tất nhiên, nhiều người ở các lĩnh vực khác cũng sống đơn điệu, bản năng, nhưng họ lại ít bị mắc các bệnh này hơn.



Tôi bị sếp sai tối mặt tối mũi từ sáng đến chiều mà bảo đơn điệu, robot?

Đơn điệu là bởi, ngày ngày, tháng tháng, năm năm bạn làm cùng một loại công việc theo đúng quy trình, do sếp giao mà chả cần mấy hột suy nghĩ; ngày ngày, tháng tháng, năm năm, bạn là nam thì chơi thể thao, bia bọt, nhậu nhoẹt, chém gió vỉa hè; bạn là nữ thì rủ nhau đi gym, spa, yoga, mua sắm. Ai có gia đình sẽ còn lo chợ búa cơm nước, con cái học hành, rồi xem tivi và... đi ngủ. Thi thoảng thì bạn nghỉ phép, du lịch nơi này nơi kia. Ngoài công việc phải làm để kiếm xèng mưu sinh, mà phần lớn toàn yêu xèng chứ không yêu công việc, thì đa phần các bạn ít quan tâm tới chuyện xã hội, chính trị trong và ngoài nước (sống thế cho lành, nhiều bạn nói vậy); ít quan tâm tới văn học, nghệ thuật (âm nhạc, hội họa, thơ ca); ngại học cái mới (ngoại ngữ, IT, sợ sử dụng skype, facebook, uber, viber, ebook...). Cuộc sống đơn điệu cứ thế trôi. Tới tuổi 55, 60, là bạn về hưu.

Về hưu xem ra là lúc thích gì làm nấy, nhưng có lẽ 2-3 chục năm đơn điệu là khó thay đổi. Một số người sống vật vật vờ vờ; một số thì hăng say tập thể dục để lấp vào khoảng thời gian thừa ra. Tất nhiên, tuổi cao thì cần giữ gìn sức khỏe. Sống đau ốm, lay lắt ai chả sợ. Nhiều người tập sáng, tập chiều, nếu cảm thấy chưa đủ thì tranh thủ tập đêm. Ngoài thời gian này, người ta chăm con, chăm cháu, xem tivi, rồi tụ tập cà phê với bạn bè, thăm thú nơi này nơi kia. Cuộc đời có thể bận rộn hơn, nhưng lại đơn điệu hơn, bản năng hơn về mặt trí óc. Hậu quả là, dù chăm thể dục, bạn có thể bỗng nhớ nhớ, quên quên, rồi ốm đau, trầm cảm, mất ngủ ngay trong những năm đầu về hưu và dần trở thành nỗi lo của con cháu. Những ai từng làm sếp, đã quen ra lệnh, nay không còn được ra lệnh nữa thì còn buồn hơn.

Câu hỏi là: Liệu có phải sự hẫng hụt nào đó của não bộ khi chuyển từ trạng thái làm việc trí óc, dù khá đơn điệu, sang trạng thái về hưu, não bộ bị bỏ quên đã gây ra hiện tượng này? Nếu đúng, làm thế nào để ngăn chặn?

Trước hết, hãy tìm hiểu về bộ não ở những khía cạnh liên quan:

• Não bộ chi phối mọi hoạt động của con người, nó mà hỏng thì coi như tèo. Chân tay đang ngon lành mà chỉ téo tai biến mạch máu não cũng làm cho chúng xuội lơ, bạn công nhận không?

• Não to hay bé không quyết định sự thông minh (ví dụ: não Einstein nhỏ hơn não người bình thường), mà là khả năng sử dụng não của mình. Không sử dụng não thì dễ bị đứa khác chăn như chăn cừu, sure 100% luôn! Đầu to, không có nghĩa là não to. Não to mà không dùng thì là não... bắp cải;

• Não chỉ chiếm khoảng 2% khối lượng cơ thể, nhưng cần tới 20% năng lượng mà cơ thể nạp hàng ngày. Ăn kém, thiếu chất là người lờ đờ, bởi não lờ đờ. Những người ăn kiêng, ăn chay, ăn nhiều rau, củ và những người ăn thịt sẽ có tính cách và năng lực làm việc khác nhau. Định luật bảo toàn vật chất rất logic đấy, không đùa đâu. Lẽ ra thì phải nói là rất khoa học, nhưng vì nhiều người ghét từ “khoa học”. Những người này bảo muốn nhanh tới với tâm linh, nhanh lên Thiên đường hay Niết Bàn thì nên vứt béng những thứ khoa học được học đi

Ông chủ ơi, đường tới "Hạnh phúc" lối nào ạ?

mà lắng nghe các sư thầy, sư bà giảng kinh, niệm chú... nên Lão viết tránh đi như vậy. Chuyện não cần nhiều năng lượng rất quan trọng nên phải nghĩ thấu đáo trước khi quyết định ăn chay hay ăn thịt nhé. Tất nhiên chuyện thịt trắng, thịt đỏ, thịt hai chân, bốn chân thì sau hẵng tính! Nghĩ cho kỹ để ăn tốt, ăn khỏe, làm việc khỏe chứ không thể tùy duyên không suy nghĩ. Phật dạy "Tùy Duyên" ý là phải cố hết sức làm việc mình muốn, thành bại hay không thì tùy vào nhiều yếu tố ngoại lai, chứ không phải kệ xừ nó, muốn tới đâu thì tới như nhiều bạn nghĩ. Làm gì có chuyện nhai muỗng cơm gạo lứt một vạn lần thì no cả ngày và làm việc như trâu? Động cơ vĩnh cửu chạy bằng nước bọt a? Hoang đường ghê gớm mà ối người mê tít, mê tịt!

Nói vậy, Lão vẫn đồng ý rằng nhai kỹ no lâu. Nhai kỹ tốt hơn nhai dối. Nhưng nhai một thìa con cơm mất 5 phút thì không ổn vì tốn thời gian; hỏng bộ nhai, cơ hàm và tuyến nước bọt. Cái gì dùng quá thì nhanh hỏng, điều hiển nhiên như một cộng một bằng hai;

● Liệu suy nghĩ nhiều thì não sẽ nhiều nếp nhăn hơn chăng? Có người bảo không, rằng não gần như được định hình ở tuần thai thứ 40, hay sau 6 năm tuổi đầu đời và không thể "nhăn" thêm; nhưng có người bảo, não luôn thay đổi để thích ứng cuộc sống. Chả biết đúng sai thế nào, song nếu một phần não bị nuôi dưỡng kém thì phần đó có thể bị vôi hóa, xơ cứng, phiền phết đấy. Khi có tuổi, nên nhớ uống thuốc hoạt huyết dưỡng não nha mấy cha, mấy mẹ. Mấy bạn trẻ trong tranh luận hay chê nhau "não phẳng" hay "không não", chả đúng đâu, phải gọi là "não vôi" hay "não vữa" mới đúng, khà khà.

Theo Lão, não bộ liên tục phát triển và biến đổi. Nếu tới 40 tuần tuổi hay 6 tuổi mà não bộ đã hoàn thiện thì thôi cần gì phải "Học, học nữa, học mãi" như Lenin bảo các bạn nhỉ? Trào lưu giáo dục sớm cũng đã bán được ối sách, chiêu được ối học sinh từ cha mẹ của nhà có điều kiện. Bố mẹ ngại học cứ muốn con chăm học, học giỏi. Vui thế cơ chứ;

• Rượu bia nhiều hại não bởi rượu bia làm cho sự truyền thông tin trong não bị nhiễu loạn. Hậu quả là "ba say chưa chai" và chân nam đá chân chiêu. Vậy nên, rượu bất khả ép, ép cũng "méo" uống, (xin lỗi nói hơi bậy). Phải chắc cú thế mới có cơ hội sống khỏe. Nhớ là, lúc bạn bè đông vui thì ép nhau zô zô loạn xà cào, nhưng khi đau ốm, bệnh tật thì chỉ mình vợ con mình khổ thôi các bạn nhé. Cái thằng ép mình uống, may ra lúc đó nó tới thăm mình được một lần và dúi cho mình được cái phong bì mong mỏng là đã tử tế lắm;

• Hiện các nhà khoa học vẫn tranh cãi, liệu não hay tim, hay hoàn cảnh sống tạo ra tính cách con người, nhưng họ thống nhất với nhau là có 8 loại trí thông minh: 1 - Ngôn ngữ; 2 - Tư duy, suy luận; 3 - Không gian; 4 - Âm nhạc, thính giác; 5 - Vận động; 6 - Tương tác; 7 - Nội tâm; 8 - Khoa học tự nhiên, trải nghiệm, và ai cũng sở hữu ít nhất 2 thứ trong 8 thứ kể trên. Nếu như vậy, chuyện hồi xưa thằng ấy / con ấy học cùng tao / tớ dốt chết đi được mà giờ nó lên to thế, có gì là lạ, có gì phải xoắn các bạn đồng ý không?

• Cấu tạo của não người rất phức tạp. Cần rất nhiều năm nghiên cứu nữa may ra con người mới chế tạo được một bộ não nhân tạo làm được 10% chức năng của bộ não con người. Có người bảo, não bộ chia ra bán cầu phải và bán cầu trái và phụ nữ có xu hướng xử lý mọi việc ở bán cầu não trái "cảm tính", trong khi nam giới dùng bán cầu não phải tư duy "logic" hơn. Lại thấy bảo, bán cầu trái giúp phụ nữ nhớ lâu, nhớ dai, còn bán cầu phải làm đàn ông hay quên, vô tâm, để lúc bà vợ "nhắc lại" những sai sót lỗi lầm của ông chồng từ cái hồi mấy chục năm về trước, thì mặt ông chồng lúc này cứ thộn ra như bò ngơ, hơ hơ. Chả biết là đúng hay sai nữa.

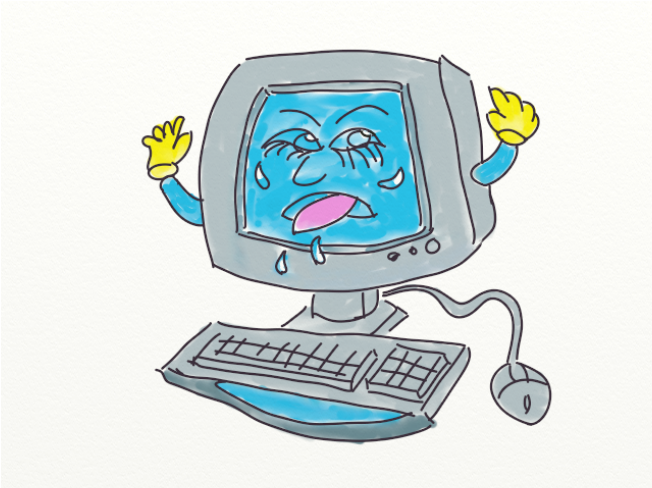
• Có thể thấy, não khác các bộ phận khác trong cơ thể ở chỗ, nó tuy bé nhưng lại là cơ quan quyết định mọi chuyện và cần rất nhiều

Trước khi lấy tôi, anh đã yêu những con nào?

năng lượng để hoạt động; và giống các bộ phận khác ở chỗ có thể bị suy yếu, bị "teo", nôm na là ù lì, thoái hóa nếu vì lý do nào đó, nó không còn được sử dụng theo nhịp độ như trước. Như thế, sự giảm nhịp điệu sử dụng trí óc, sự hẫng hụt, mất phương hướng về đầu óc của những người đã từng làm trí óc khi về hưu có thể là nguyên nhân gây ra các bệnh về đầu óc như đã nói ở trên, dù họ rất chăm tập thể dục.

Nếu điều đó đúng, thì đừng để "đầu óc ngu đi còn tứ chi thì quá phát triển" nhé. Nói thế không có ý gì ngoài việc giữ cố gắng giữ nhịp độ hoạt động trí óc ổn định trong suốt quá trình sống, đừng để nó bị ù lì, trơ đi; cần phải cân bằng giữa hoạt động thể chất và hoạt động trí óc. Chăm thể dục chưa chắc khỏe, vì giống như ở máy tính, bàn phím, màn hình và chuột có to, có hịn đến mấy, nhưng bộ vi xử lý còi, lạc hậu là vứt.

Nhưng tại sao những người lao động đơn điệu khác ít có vấn đề với đầu óc hơn? Là vì nhịp độ hoạt động não bộ của họ không mấy thay đổi từ khi sinh tới khi chết. Đơn giản vậy thôi!



Màn hình, bàn phím, chuột... rất ổn, mỗi bộ vi xử lý là tèo!

Làm thế nào để ngăn ngừa hiện tượng này?

Quan trọng là ngủ đủ giấc; Làm việc và nghỉ ngơi điều độ; ăn uống cân bằng, đủ chất cho não bộ; Tập luyện thể chất và trí não cân bằng. Chú ý là, ai đã từng làm việc trí óc, lúc về hưu không được sao lãng thói quen sử dụng não bộ. Hãy đọc truyện, học ngoại ngữ, hay học vẽ, học đàn, chơi cờ, học máy tính, chăm theo dõi tình hình chính trị, kinh tế, xã hội,... chứ biến mình 100% thành Ô sin cho con cháu là chẳng hay đâu. Khi mình khỏe thì chúng cần mình, khi ốm, đau là mình bơ vơ vì con trẻ còn ối thứ khác phải lo. Thời tất cả quanh quẩn dưới một mái nhà sau lũy tre làng xa lắc rồi.

Suy nghĩ như thế nên Lão rất phục bà bác gì ở Hà Nội gần chợ

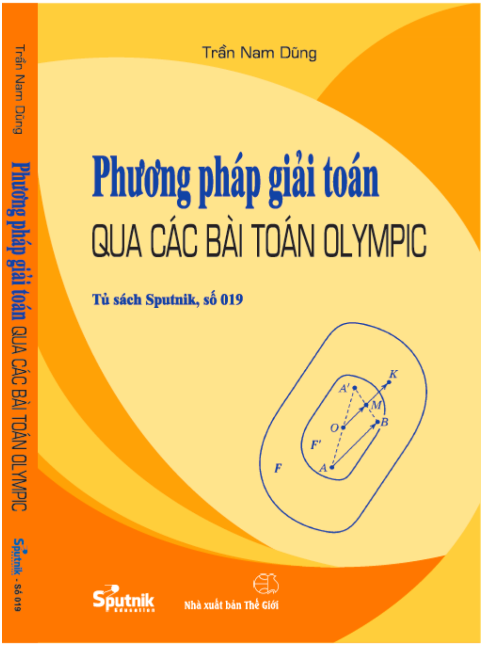
Đồng Xuân ấy, đã hơn 80 tuổi rồi mà vừa bán xôi vừa mở ipad ra học tiếng Anh. Rồi còn có một bà lão khác, 70 mới bắt đầu học vẽ tranh sơn dầu, mà rồi vẽ đẹp phết, lại còn mở được triển lãm tranh mới hay chứ.

Khoe một tí, một téo, những hình minh họa trong bài này là do Lão tự ngoạc đấy nhé. Cố gắng học thì sau vài năm sẽ trở thành Nguệch sĩ hay Ngoạc sĩ. Vẽ cho đầu khỏi nhàm là vui rồi. Sách vở dạy vẽ hiện nay quá nhiều, phần mềm, bảng vẽ điện tử lại rất tiện lợi, chả tốn tiền mua màu, mua giấy. Vẽ hỏng, tẩy đi vẽ lại... Vẽ xong up lên facebook chém gió trêu chọc bạn bè. Nghĩ tới việc, chiều nay ăn thịt kho Tàu, giải cứu lợn giúp nông dân thấy đời vui hết biết.

Kết luận của bài là, đừng tưởng cứ tập thể dục nhiều là hay. Lão thật!

Giới thiệu sách: Phương pháp giải toán qua các bài toán Olympic

Tác giả: Trần Nam Dũng



Sau một thời gian dài soạn thảo và biên tập, quyển sách "Phương pháp giải toán qua các bài toán Olympic" của TS Trần Nam Dũng (Tủ sách Sputnik, số 019) mà rất nhiều bạn đọc đang mong đợi cuối cùng đã hoàn thành và được đem đi in vào tháng 5/2017. Sách dày khoản 250 trang, giá bìa 90K VND.

Dưới đây là lời giới thiệu cho cuốn sách do GS Nguyễn Tiến Dũng viết, và lời nói đầu của TS Trần Nam Dũng.

Lời giới thiệu

Sau ba năm ấp ủ, cuối cùng quyển sách quyển sách về phương pháp giải toán qua các bài thi toán olympic do Tiến sĩ Trần Nam Dũng soạn thảo theo đề xuất của Sputnik Education đã hoàn thành vào tháng 5/2017. Đây chắc chắn sẽ là một trong những quyển sách "gối đầu giường" của tất cả các bạn học sinh có năng khiếu về toán ở bậc trung học cơ sở và trung học phổ thông!

Để viết quyển sách này, thầy Trần Nam Dũng đã phải bỏ rất nhiều thời gian tham khảo, chọn lọc từ hàng nghìn bài toán thi olympic của Việt Nam và của các nước trên thế giới từ cũ đến mới, đặc biệt là các kỳ thi toán quốc tế IMO, sắp xếp lại chúng theo trình tự logic, và hướng dẫn bạn đọc từng bước một các phương pháp tiếp cận chúng, giải chúng, và trình bầy lời giải sao cho thật hiệu quả.

Quyển sách này đặc biệt quý ở chỗ nó hướng dẫn học sinh cách "học một biết mười", ứng dụng được ý tưởng của từng bài toán đã gặp cho nhiều trường hợp mới, hướng dẫn cách tiếp cận mọi bài toán lạ chưa từng gặp, và cách làm bài thi sao cho đạt kết quả tối ưu trong các kỳ thi olympic. Đây là những điều rất khó tìm thấy trong các sách bồi dưỡng học sinh giỏi khác ở Việt Nam.

So với một số quyển sách thuộc dạng tương tự trên thế giới, ví dụ như quyển sách nổi tiếng "Giải một bài toán như thế nào" của Polya, thì quyển sách của thầy Trần Nam Dũng cũng có lợi thế là nó mới hơn, cập nhật hơn, và chứa nhiều bài toán hay mà trước kia chưa có.

Bạn đọc sẽ tìm thấy trong sách nhiều lời khuyên cụ thể cho việc học và việc thi, đúc kết từ kinh nghiệm của nhiều nhà toán học nổi tiếng trên thế giới đã từng đào tạo học sinh giỏi trong nhiều thập kỷ.

Bản thân Tiến sĩ Trần Nam Dũng cũng là người đã có hơn 20 năm kinh nghiệm dạy học sinh năng khiếu và hướng dẫn các đội tuyển học sinh giỏi toán ở cả Việt Nam và nước ngoài.

Phần lớn học sinh giỏi toán của Việt Nam có một điểm yếu so với nhiều học sinh giỏi của các nước tiên tiến: khi gặp dạng bài toán rất quen thuộc thì giải nhanh, nhưng khi gặp các bài lạ thì hoàn toàn lúng túng không biết cách tiếp cận thế nào, tuy rằng phần lớn các bài đó chỉ lạ thôi chứ thực ra không có gì đặc biệt phức tạp. Khả năng tiếp cận giải quyết các vấn đề lạ chính là điểm phân biệt giữa học sinh chỉ "giỏi ở mức học gạo" và học sinh "thực sự giỏi".

Xã hội ngày càng cần những người "thực sự giỏi", có khả năng sáng tạo và giải quyết các vấn đề lạ, chứ những vấn đề quen thuộc có sẵn cách giải thì đã có máy tính giải quyết được hộ con người. Quyển sách "Phương pháp giải toán" này sẽ góp phần hết sức quan trọng trong việc giúp các bạn học sinh phát triển từ "có năng khiếu" để trở thành "thực sự giỏi" như vậy.

Xin trân trọng giới thiệu cùng bạn đọc.

Thay mặt Ban biên tập Sputnik Education,

GS. Nguyễn Tiến Dũng

Tháng 5 năm 2017

Lời nói đầu

Đã từ lâu tôi nung nấu viết một cuốn sách về phương pháp giải các bài toán olympic. Không thiên về các kiến thức cụ thể như dãy số, đa thức, bất đẳng thức, đồng dư, phép đếm, lý thuyết đồ thị ...

và tập trung vào cách tiếp cận, cách phân tích để tìm kiếm lời giải, các nguyên lý và kỹ thuật chứng minh mang tính phổ dụng, có thể áp dụng trong các phân môn, các dạng toán khác nhau.

Quả là viết một cuốn sách như thế khó hơn hẳn so với viết sách theo một chủ đề hẹp. Phải chọn các ví dụ thế nào, dẫn dắt ra sao để có thể tập trung nhấn mạnh vấn đề phương pháp chung, mang tính tổng quát chứ không sa đà vào chi tiết. Rất may mắn là tôi đã có kinh nghiệm hơn 20 năm huấn luyện các đội tuyển, nhiều bài toán và ví dụ đã giảng đi giảng lại cả mấy chục lần, cho rất nhiều các thế hệ học sinh (Và điều tuyệt vời là những bài toán đó vẫn luôn đem lại những cảm hứng mới cho cả thầy và trò. Bài toán hay luôn có sức sống bất tận). Trong 10 năm trở lại đây, tôi đã viết khá nhiều những chuyên đề về đề tài này và có thể nói, cuốn sách này sẽ tổng hợp lại các chuyên đề đó thành một thể thống nhất.

Cuốn sách có 5 chương. Chương đầu có tựa đề "Học một bài toán như thế nào?" có mục tiêu hướng dẫn bạn đọc cách học toán (và nói chung là học) thế nào cho hiệu quả, sao cho học ít mà hiểu nhiều, học một mà biết mười chứ không sa đà vào nhồi nhét và nhớ cơ học. Chương thứ hai sẽ đi sâu hơn về vấn đề "Làm thế nào để giải và trình bày một bài toán". Chương này sẽ có những hướng dẫn, lời khuyên cụ thể cho các bạn học sinh để làm bài thi được hiệu quả, phát huy được hết khả năng của mình và ... không phải tiếc nuối sau khi thi vì những sai sót cũng như các cơ hội bị bỏ qua. Hai chương 3 và 4 sẽ tập trung vào các phương pháp giải toán. Tôi dành riêng chương 3 để nói về tư duy thuật toán, một phương pháp tư duy quan trọng mà đôi khi chúng ta bỏ qua hoặc không để ý phát triển. Chương 4 sẽ dành cho các phương pháp và kỹ thuật chứng minh quan trọng. Đầu tiên là các phương pháp phản chứng và quy nạp, tiếp theo là các nguyên lý chứng minh cơ bản: nguyên lý Dirichlet, nguyên lý cực hạn, nguyên lý bất biến và nguyên lý đếm bằng hai cách. Cuối cùng, chương 5 bao gồm hướng dẫn giải, lời giải vắt tắt, lời giải chi tiết và bình luận cho một số bài tập ở các chương trước. Chúng tôi chủ ý không giải chi tiết tất cả các bài tập mà dành điều này cho bạn đọc. Suy cho cùng, để học giải toán thì ta phải tự tay giải nó. Đọc lời giải 10 bài toán chưa chắc đã có lợi bằng tự mình giải một bài toán (và chú ý, theo như chương 1 thì việc học một bài toán sẽ không dừng lại ở việc tìm ra lời giải cho bài toán đó).

Để cuốn sách này cuối cùng cũng được hoàn thành, tôi xin chân thành cảm ơn hai đồng nghiệp ở Sputnik Education là Lê Bích Phượng và Nguyễn Tiến Dũng đã thường xuyên nhắc nhở, ngọt nhạt thậm chí doạ dẫm để thúc tiến độ. GS Nguyễn Tiến Dũng còn là người hiệu đính, cắt gọt, sắp xếp để cấu trúc và nội dung sách được hoàn chỉnh. Tôi cũng gửi lời cảm ơn đến GS Lê Tự Quốc Thắng, các thầy giáo Trần Minh Hiền, Nguyễn Tất Thu, Trần Quang Hùng, Võ Quốc Bá Cẩn và các bạn Lê Phúc Lữ, Nguyễn Văn Huyện, những người đã giúp tôi phân tích, bình luận một số bài tập trong sách.

Dù đã rất cố gắng để có một bản thảo tốt nhất, súc tích nhất nhưng cuốn sách sẽ không tránh khỏi những sai sót hay những điều chưa hoàn hảo về bố cục, cách sắp xếp. Chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của quý độc giả để có thể hoàn chỉnh hơn nữa cuốn sách cho các lần tái bản sau.

Còn bây giờ, hãy mở cuốn sách và tận hưởng những điều thú vị và bổ ích.

Thuật toán giải các bài toán tối ưu tổ hợp

Trần Nam Dũng

Dưới đây là một mục trong sách *"Phương pháp giải toán qua các bài toán Olympic"* của TS Trần Nam Dũng, Tủ sách Sputnik số 019

Trong một số bài toán cực trị rời rạc, ta có một cách tiếp cận sau

- Gọi $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ là bộ tối ưu, tức là bộ số mà ở đó ta có cực trị. Ta điều chỉnh (biến đổi) các bộ này thành các bộ khác, từ đó nhờ tính tối ưu suy ra các điều kiện ràng buộc.
- Sử dụng các điều kiện ràng buộc để tìm bộ tối ưu (hoặc ứng viên của các bộ tối ưu).
- So sánh các giá trị tại các ứng viên để đưa ra lựa chọn cuối.

Có thể lấy bài toán số 1 của Việt Nam TST 2015 làm ví dụ

Bài 1 (Việt Nam TST 2015). Gọi α là nghiệm dương của phương trình $x^2 + x = 5$. Giả sử n là số nguyên dương và các số nguyên không âm $(c_0, c_1, c_2, \ldots, c_n)$ thỏa mãn đẳng thức

$$c_0 + c_1\alpha + c_2\alpha^2 + \cdots + c_n\alpha^n = 2015. \tag{14.1}$$

a) Chứng minh rằng $c_0 + c_1 + c_2 + \cdots + c_n \equiv 2 \pmod{3}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $c_0 + c_1 + c_2 + \cdots + c_n$.

Lời giải. a) <u>Cách 1.</u> Ta chứng minh bằng quy nạp theo n. Với $n = 0$, ta có $c_0 = 2015$, như vậy mệnh đề đúng. Với $n = 1$, do α là số vô tỷ nên đẳng thức $c_0 + c_1\alpha = 2015$ chỉ có thể xảy ra khi $c_1 = 0$, $c_0 = 2015$, mệnh đề vẫn đúng.

Giả sử mệnh đề đã đúng đến $n \geqslant 2$. Xét các số nguyên không âm $c_0, c_1, c_2, \ldots, c_n, c_{n+1}$ thỏa mãn đẳng thức

$$c_0 + c_1\alpha + c_2\alpha^2 + \cdots + c_n\alpha^n + c_{n+1}\alpha^{n+1} = 2015.$$

Sử dụng đẳng thức $\alpha^2 = 5 - \alpha$, ta có $c_{n+1}\alpha^{n+1} = c_{n+1}\alpha^{n-1}(5 - \alpha)$. Từ đó suy ra

$$c_0 + c_1\alpha + c_2\alpha^2 + \cdots + (c_{n-1} + 5c_{n+1})\alpha^{n-1} + (c_n - c_{n+1})\alpha^n = 2015.$$

Áp dụng giả thiết quy nạp, ta có

$$c_0 + c_1 + c_2 + \cdots + (c_{n-1} + 5c_{n+1}) + (c_n - c_{n+1}) \equiv 2 \pmod 3.$$

Nhưng đây cũng có nghĩa là

$$c_0 + c_1 + c_2 + \cdots + c_n + c_{n+1} \equiv 2 \pmod 3.$$

Vậy mệnh đế đúng với $n + 1$. Theo nguyên lý quy nạp toán học, ta có điều phải chứng minh.

<u>Cách 2.</u> Xét đa thức

$$P(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \cdots + c_nx^n - 2015,$$

thì $P(\alpha) = 0$. Ta chứng minh rằng $P(x)$ chia hết cho $Q(x) = x^2+x-5$, tức là $P(x) = Q(x)S(x)$ với $S(x)$ là đa thức với hệ số nguyên.

Thật vậy, giả sử $P(x) = Q(x)S(x) + Ax + B$, với A, B nguyên. Thay $x = \alpha$ vào ta được $A\alpha + B = 0$. Do α là số vô tỷ nên điều này chỉ có thể xảy ra khi $A = B = 0$. Vậy $P(x) = Q(x)S(x)$. Thay $x = 1$ vào ta được

$$c_0 + c_1 + c_2 + \cdots + c_n - 2015 = -3S(1),$$

suy ra $c_0 + c_1 + c_2 + \cdots + c_n \equiv 2 \pmod 3$.

b) Với mỗi bộ số nguyên không âm $(c_0,\, c_1,\, c_2, \ldots,\, c_n)$ thỏa mãn (14.1), ta gọi $c_0+c_1+c_2+\cdots+c_n$ là giá của bộ số đó. Do tính sắp thứ tự tốt của tập các số tự nhiên, tồn tại bộ số $(c_0,\, c_1,\, c_2, \ldots,\, c_n)$ thỏa mãn (14.1) với giá nhỏ nhất. Ta chứng minh nhận xét quan trọng sau

Nhận xét. *Nếu* $(c_0,\, c_1,\, c_2, \ldots,\, c_n)$ *là bộ có giá nhỏ nhất thì* $c_i < 5$ *với mọi* $i = 0,\, 1,\, 2, \ldots,\, n$.

Ta sẽ chứng minh bằng phản chứng. Giả sử tồn tại i sao cho $c_i \geq 5$. Khi đó dựa vào đẳng thức $5 = \alpha^2 + \alpha$, ta có

$$c_i\alpha^i = (c_i - 5)\alpha^i + (\alpha^2 + \alpha)\alpha^i = (c_i - 5)\alpha^i + \alpha^{i+1} + \alpha^{i+2}.$$

Như vậy, bộ số $(c_0,\, c_1,\, c_2, \ldots, c_i - 5,\, c_{i+1} + 1,\, c_{i+2} + 1, \ldots, c_n)$ cũng thỏa mãn (**??**) và có giá

$$\begin{aligned} c_0 + c_1 + c_2 + \cdots + (c_i - 5) + (c_{i+1} + 1) + (c_{i+2} + 1) + \cdots + c_n \\ = c_0 + c_1 + \cdots + c_n - 3, \end{aligned}$$

nhỏ hơn giá của bộ $(c_0, c_1, c_2, \ldots, c_n)$. Điều này mâu thuẫn với cách chọn $(c_0,\, c_1,\, c_2, \ldots,\, c_n)$.

Bây giờ, giống như phần a) ta đặt

$$P(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \cdots + c_nx^n - 2015,$$

và $Q(x) = x^2 + x - 5$ thì theo a), $P(x) = Q(x)S(x)$. Đặt

$$S(x) = b_0 + b_1x + b^2x^2 + \cdots + b_{n-2}x^{n-2}.$$

So sánh hệ số hai vế, ta được

$$\begin{aligned} c_0 - 2015 &= -5b_0 \\ c_1 &= b_0 - 5b_1 \\ c_2 &= b_0 + b_1 - 5b_2 \\ c_3 &= b_1 + b_2 - 5b_3 \\ &\dots \\ c_n &= b_{n-2} \end{aligned}$$

Từ điều kiện $0 \leqslant c_0 \leqslant 4$ ta suy ra được ngay $c_0 = 0$ và $b_0 = 403$. Tiếp tục sang dòng thứ 2 ta tìm được $c_1 = 3$ và $b_1 = 80$. Nói chung dãy (c_i, b_i) được xác định một cách duy nhất theo công thức

$$c_i = b_{i-2} + b_{i-1} \pmod 5 \text{ và } b_i = \frac{b_{i-2} + b_{i-1} - c_i}{5}.$$

Sử dụng công thức này, ta lần lượt tính được

I	0											
C	0	3	3	1	1	1	3	4	0	0	3	1
B	403	80	96	35	26	12	7	3	2	1	0	0

Từ đó tìm được bộ có giá nhỏ nhất là $(0, 3, 3, 1, 1, 1, 3, 4, 0, 0, 3, 1)$ và giá nhỏ nhất là 20.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $c_0 + c_1 + \cdots + c_n$ là 20, đạt được ở bộ $(0, 3, 3, 1, 1, 1, 3, 4, 0, 0, 3, 1)$. $\square$

Bình luận. Ý tưởng quy nạp trong cách giải 1 của phần a) là khá tự nhiên. Và sự kiện $P(x)$ chia hết cho $Q(x)$ mà ta dùng trong cách giải 2 không phải là một điều gì đặc biệt. Ta có hai tính chất đơn giản nhưng quan trọng sau.

Tính chất 1. Nếu $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức với hệ số nguyên, ngoài ra $Q(x)$ đơn khởi, tức là có hệ số cao nhất bằng 1 thì tồn tại duy nhất các đa thức với hệ số nguyên $S(x)$ và $R(x)$ sao cho

i) $P(x) = Q(x)S(x) + R(x)$.

ii) $\deg(R(x)) < \deg(Q(x))$.

Tính chất 2. Cho $P(x)$, $Q(x)$ là các đa thức với hệ số nguyên, trong đó $Q(x)$ bất khả quy, cùng nhận một số thực α làm nghiệm. Khi đó $P(x)$ chia hết cho $Q(x)$.

Trong phần b), ta đã dùng phương pháp tìm tính chất của bộ số tối ưu, sau đó dùng tính chất này để xây dựng bộ số tối ưu đó. Lời giải phần b) liên hệ chặt chẽ đến cả hai cách giải ở phần a).

Đây là một bài toán khá thú vị vì nó liên hệ được nhiều vấn đề trong cùng một bài toán: Đa thức, số nguyên, hệ đếm cơ số, chia hết, thuật toán.

Một số bài toán liên quan

Bài 2 (Nga 2014). Kho bạc nhà nước của nước Cộng hòa toán học chọn một số $\alpha > 2$ và sản xuất các đồng xu có mệnh giá 1 rúp và α^k rúp với mọi k nguyên dương. Người ta nhận thấy rằng mọi mệnh giá (trừ mệnh giá 1) đều vô tỷ. Có thể xảy ra tình huống là với mọi số nguyên dương n, ta đều có thể chọn ra một số đồng xu có tổng bằng n và mỗi một mệnh giá được chọn không quá 6 lần?

Bài 3 (IMO 1976). Tổng của một số số nguyên dương bằng 1976. Hỏi tích của chúng lớn nhất bằng bao nhiêu?

Có hữu hạn cách phân tích 1976 thành tổng các số nguyên dương. Vì thế ắt có một cách phân tích mà tích các số hạng lớn nhất. Giả sử $a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_n$ là các số nguyên dương sao cho

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1976,$$

và tích $P = a_1 a_2 \cdots a_n$ lớn nhất. Khi đó ta thấy

1) $a_1 \geq 2$ vì nếu $a_1 = 1$ thì ta có thể xoá a_1 và thay a_2 bởi $a_2 + 1$ sẽ được bộ số có tích lớn hơn bộ số cũ.

2) $a_n \leq 4$ vì nếu $a_n \geq 5$ thì ta có thể xoá a_n và thay bằng 2 và $a_n - 2$, các số còn lại giữ nguyên. Khi đó do

$$2(a_n - 2) = a_n + (a_n - 4) > a_n,$$

nên tích của bộ số mới sẽ lớn hơn tích của bộ số cũ.

3) Vì 1 số 4 có thể được thay bằng 2 số 2 có tích không đổi nên ta có thể giả sử $a_n \leq 3$.

4) Trong các số a_i có không quá 2 số 2. Thật vậy, nếu có 3 hay nhiều hơn số 2, ta có thể thay 3 số 2 bằng 2 số 3 và tích của bộ số mới sẽ lớn hơn tích của bộ số cũ.

Như vậy, ta đã chứng minh được rằng tồn tại bộ tối ưu chỉ gồm các số 2 và số 3, trong đó số số 2 không vượt quá 2. Gọi p là số số 2 và q là số số 3, ta có $2p + 3q = 1976$. Từ đó suy ra $2p$ chia 3 dư 1. Do $0 \leqslant p \leqslant 2$ nên chỉ có duy nhất giá trị $p = 2$ thoả mãn. Từ đó $q = 658$. Từ đây tìm được $P_{\max} = 2^2 \cdot 3^{658}$.

Trong bài toán trên, ta không biết rõ có bao nhiêu số trong bộ tối ưu. Đây là điểm khó nhưng cũng là điểm dễ của bài toán: Vì số số hạng không cố định nên ta mới có thể thay 1 số bởi 2 số hay 3 số bởi 2 số như trong lời giải. Điều này sẽ không có được nếu ta cố định số số hạng.

Bài 4. Tổng của 10 số nguyên dương bằng 2017. Hỏi tích của chúng lớn nhất bằng bao nhiêu?

Ta cũng giả sử $a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_{10}$ là bộ số tối ưu cho bài toán trên, tức là $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 2017$ và tích $P = a_1 a_2 \cdots a_{10}$ lớn nhất.

Nếu a_i là các số thực dương thì bài toán lại trở nên đơn giản: Ta chỉ cần áp dụng bất đẳng thức trung bình cộng-trung bình nhân là ra ngay $P \leq \left(\dfrac{2017}{10}\right)^{10}$.

Nhưng vì a_i là các số nguyên dương nên ở đây dấu bằng không xảy ra được. Tuy nhiên, hướng suy nghĩ này cũng gợi ý cho chúng ta là các số của bộ tối ưu sẽ gần nhau, không cách nhau quá xa được. Cụ thể hơn ta có $a_{10} - a_1 \leq 1$. Thật vậy, giả sử $a_{10} - a_1 \geq 2$. Khi đó, thay a_1 bằng $a_1 + 1$ và thay a_{10} bằng $a_{10} - 1$, các số còn lại giữ nguyên thì tổng không đổi còn tích của bộ mới sẽ lớn hơn tích của bộ cũ do

$$(a_1 + 1)(a_{10} - 1) = a_1 a_{10} + (a_{10} - a_1 - 1) > a_1 a_{10}.$$

Như thế, các số a_i chỉ nhận 2 giá trị là 2 số nguyên dương liên tiếp. Giả sử đó là 2 số p, $p + 1$ và có k số bằng p, $10 - k$ số bằng $p + 1$. Ta có phương trình

$$kp + (10 - k)(p + 1) = 2017.$$

Viết lại phương trình dưới dạng

$$10p + 10 - k = 2017.$$

Trong đó $0 \leq k \leq 10$ ta dễ dàng suy ra $k = 3$ và $p = 201$. Từ đó suy ra $P_{\max} = 201^3 \cdot 202^7$.

Bài tập 14.1. Với mỗi hoán vị π của $(1, 2, \ldots, n)$ ta đặt

$$d(\pi) = \sum_{i=1}^{n} (\pi(i) - \pi(i+1))^2, \text{ với } \pi(n+1) = \pi(1).$$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $d(\pi)$.

Bài tập 14.2. Tổng của 10 số nguyên dương phân biệt bằng 2017. Hỏi tích của chúng lớn nhất bằng bao nhiêu?

Bài tập 14.3. Tổng của một số số nguyên dương phân biệt bằng 2017. Hỏi tích của chúng lớn nhất bằng bao nhiêu?

Phương pháp dồn biến

Nguyễn Huy Trung

Mục **Bạn đọc viết** do TS. toán học Nguyễn Văn Minh, Đại học Ngoại thương, phụ trách. Bạn đọc có bài viết hay muốn chia sẻ với Sputnik Newsletter có thể gửi đến nguyenvanminh_math@ftu.edu.vn.

Dồn biến là một phương pháp mạnh và khá quen thuộc đối với hầu hết các bạn học sinh giỏi, những người say mê Bất đẳng thức (BĐT). Với mục đích làm phong phú thêm vốn kiến thức sẵn có của các bạn trẻ yêu toán nói chung, những người yêu BĐT nói riêng, tôi đã viết chuyên đề này. Cụ thể, tôi sẽ trình bày về phần: ***DỒN BIẾN VỀ TRUNG BÌNH CỘNG VÀ TRUNG BÌNH NHÂN****.*

Với những ai đã có một vài hiểu biết nhất định về dồn biến, có lẽ không cần phải nói nhiều thêm. Nhưng nếu bạn chưa biết, và muốn có cái nhìn sơ lược nhất, thì hãy theo dõi ví dụ vô cũng cơ bản sau đây:

Bài toán 1: *(Bất đẳng thức AM-GM)* Cho $a,\ b,\ c > 0$. Chứng minh rằng: $a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$.

Lời giải: Đặt $f\left(a,\ b,\ c\right) = VT - VP = a+b+c-3\sqrt[3]{abc}$.

Thì $f\left(a, \dfrac{b+c}{2}, \dfrac{b+c}{2}\right) = a + \dfrac{b+c}{2} + \dfrac{b+c}{2} - 3\sqrt[3]{a\left(\dfrac{b+c}{2}\right)^2} =$ $a+b+c-3\sqrt[3]{a\left(\dfrac{b+c}{2}\right)^2}$

Xét hiệu:

$$f\left(a,\ b,\ c\right)-f\left(a,\frac{b+c}{2},\frac{b+c}{2}\right)=3\sqrt[3]{a}\left(\sqrt[3]{\left(\frac{b+c}{2}\right)^2}-\sqrt[3]{bc}\right)\geq 0$$

Nên: $f\left(a,\ b,\ c\right)\geq f\left(a,\dfrac{b+c}{2},\dfrac{b+c}{2}\right)$

Như vậy, để chứng minh $f\left(a,\ b,\ c\right)\geq 0$ ta chỉ cần chứng minh $f\left(a,\ \dfrac{b+c}{2},\dfrac{b+c}{2}\right)\geq 0$ là xong.

Thật vậy, đặt $\dfrac{b+c}{2}=t$ ta có:

$$f\left(a,\ t,\ t\right)=a+2t-3\sqrt[3]{at^2}=\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{t}\right)^2\left(\sqrt[3]{a}+2\sqrt[3]{t}\right)\geq 0$$

Điều hiển nhiên đúng cuối cùng giúp lời giải hoàn chỉnh.

Đến đây, bạn có thể dễ dàng nhận ra được rằng, ý nghĩa của phép dồn biến là làm cho bài toán trở nên ít biến đi. Với 3 biến có thể bạn sẽ gặp khó khăn, nhưng nếu chỉ còn 2 biến, phép phân tích đa thức thành nhân tử sẽ giúp bạn.

Quay trở lại ví dụ bên trên, chắc hẳn bạn sẽ thắc mắc: còn dồn kiểu khác được không?

Ở ví dụ này thì tất nhiên là có. Ta thấy rằng:

$$f\left(a,\ \sqrt{bc},\ \sqrt{bc}\right)=a+2\sqrt{bc}-3\sqrt[3]{a\cdot\sqrt{bc}\cdot\sqrt{bc}}=a+2\sqrt{bc}-3\sqrt[3]{abc}$$

Lại có $f\left(a,\ b,\ c\right)-f\left(a,\ \sqrt{bc},\ \sqrt{bc}\right)=\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)^2\geq 0$ nên

$f\left(a,\ b,\ c\right)\geq f\left(a,\ \sqrt{bc},\ \sqrt{bc}\right)$

Cuối cùng, đặt $\sqrt{bc}=t$ thì $f\left(a,\ t,\ t\right)\geq 0$ và ta có đpcm.

Như vậy, một bài toán giải bằng dồn biến có thể thực hiện qua các bước sau:

Bước 1: Chứng minh $f\left(a,\ b,\ c\right) \geq f\left(x,\ y,\ z\right)$ trong đó $x,\ y,\ z$ là các hàm của $a,\ b,\ c$ (trong ví dụ trên là $x = a,\ y = z = \dfrac{b+c}{2}$ hoặc $x = a,\ y = z = \sqrt{bc}$)

Bước 2: Chứng minh $f\left(x,\ y,\ z\right) \geq 0$.

Một câu hỏi tiếp theo mà có thể bạn cũng sẽ đặt ra, đó là làm thế nào để biết $x,\ y,\ z$? Câu trả lời đơn giản nhất là phụ thuộc vào điều kiện đề bài. Bộ $\left(x,\ y,\ z\right)$ sẽ phải cố định được một đại lượng nào đó của bộ $a,\ b,\ c$. Ví dụ như:

$\left(a,\ b,\ c\right) \to \left(a,\ \dfrac{b+c}{2}, \dfrac{b+c}{2}\right)$ thì đại lượng $S = a + b + c$ được cố định, thường sử dụng khi giả thiết bài toán là $a + b + c = k$ nào đó.

$\left(a,\ b,\ c\right) \to \left(a,\ \sqrt{bc},\ \sqrt{bc}\right)$ thì đại lượng $S = abc$ được cố định, thường sử dụng khi giả thiết bài toán là $abc = k$.

Điều này nhằm mục đích đưa bài toán từ 3 biến về 2 biến, và từ 2 biến về 1 biến.

Nếu $a + b + c = k$ thì $\dfrac{b+c}{2} = \dfrac{k-a}{2}$ hay

$$\left(a,\ b,\ c\right) = f\left(a, \frac{k-a}{2}, \frac{k-a}{2}\right) = g\left(a\right)$$

Nếu $abc = k$ thì $\sqrt{bc} = \sqrt{\dfrac{k}{a}}$ hay

$$f\left(a,\ b,\ c\right) = f\left(a,\ \sqrt{\frac{k}{a}},\ \sqrt{\frac{k}{a}}\right) = q\left(a\right)$$

Tiếp theo, một cách tương đối thì bộ $\left(x,\ y,\ z\right)$ phải đơn giản hơn bộ $\left(a,\ b,\ c\right)$. Điều này rất dễ hiểu nên tôi không nói thêm.

Cuối cùng, việc đưa ra bộ $\left(x,\ y,\ z\right)$ phải phụ thuộc vào điểm rơi (do suy đoán) của bài toán. Ví dụ dấu bằng xảy ra khi cả 3 biến hoặc 2 trong 3 biến bằng nhau thì ta dồn chẳng hạn $f\left(a,\ b,\ c\right) \geq f\left(a, \frac{b+c}{2}, \frac{b+c}{2}\right)$, còn nếu dấu bằng xảy ra tại biên thì ta có thể dồn chẳng hạn $f\left(a,\ b,\ c\right) \geq f\left(a,\ b+c,\ 0\right)$.

Bây giờ, chúng ta sang ví dụ thứ hai.

Bài toán 2: Cho $a,\ b,\ c > 0$ thỏa mãn $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:

$$\left(a^2-a+1\right)\left(b^2-b+1\right)\left(c^2-c+1\right) \geq 1$$

Lời giải: Đặt $VT = f\left(a,\ b,\ c\right)$. Giả sử $a = \max\left\{a,\ b,\ c\right\}$ thì $a \geq 1$ và $b+c \leq 2$.

Ta sẽ chứng minh $f\left(a,\ b,\ c\right) \geq f\left(a, \frac{b+c}{2}, \frac{b+c}{2}\right)$.

Điều này tương đương với: $\left(b^2-b+1\right)\left(c^2-c+1\right) \geq \left(t^2-t+1\right)^2$ với $t = \frac{b+c}{2}$

Khai triển và rút gọn ta được: $b^2c^2 - bc\left(b+c\right) + b^2 + c^2 + bc - \left(b+c\right) + 1 \geq t^4 - 2t^3 + 3t^2 - 2t + 1$

Hay $\left(t^4 - b^2c^2\right) - \left(2t^3 - bc\left(b+c\right)\right) + \left(3t^2 - \left(b^2+c^2+bc\right)\right) \leq 0 \qquad (*)$

Chú ý rằng

$$t^4 - b^2c^2 = \left(t^2-bc\right)\left(t^2+bc\right) = \frac{\left(b-c\right)^2}{4}\left(t^2+bc\right)$$

$$2t^3 - bc\left(b+c\right) = 2t^3 - 2bct = 2t \cdot \frac{\left(b-c\right)^2}{4}$$

$$3t^2 - \left(b^2+c^2+bc\right) = -\frac{\left(b-c\right)^2}{4}$$

Nên $(*)$ tương đương với: $\frac{\left(b-c\right)^2}{4}\left(t^2+bc-2t-1\right) \leq 0$, hiển nhiên do $bc \leq \dfrac{t^2}{4} \leq 1$ và $t^2 - 2t = t\,(t-2) \leq 0$. Phép dồn biến hoàn tất.

Cuối cùng ta chỉ cần chứng minh $f\left(a, \dfrac{b+c}{2}, \dfrac{b+c}{2}\right) \geq 1$ hay $\left(a^2 - a + 1\right)\left(t^2 - t + 1\right)^2 \geq 1$ với $t = \dfrac{b+c}{2}$

Do $a + 2t = 3$ nên $a = 3 - 2t$.

$$\begin{aligned}
&\left(a^2 - a + 1\right)\left(t^2 - t + 1\right)^2 - 1\\
&= \left((3-2t)^2 - (3-2t) + 1\right)\left(t^2 - t + 1\right)^2 - 1\\
&= \left(4t^2 - 10t + 7\right)\left(t^2 - t + 1\right)^2 - 1\\
&= (t-1)^2\left(\left(2t^2 - 3t\right)^2 + 2t^3 + 6(t-1)^2\right) \geq 0,\ \forall t \geq 0
\end{aligned}$$

Ta có đpcm.

Ở ví dụ 2 trên, ta dễ dàng nhận ra rằng không phải lúc nào phép dồn biến cũng có thể thực hiện được một cách tự nhiên giống như ví dụ 1. Ở đây ta cần giả sử $a = \max\{a,\ b,\ c\}$, từ đó chứng minh $f\,(a,\ b,\ c) \geq f\left(a, \dfrac{b+c}{2}, \dfrac{b+c}{2}\right)$

Hoàn toàn tương tự, cũng với giả thiết $a + b + c = 3,\ a,\ b,\ c > 0$, các bạn có thể chứng minh được kết quả sau:

$$\left(a^2 + a + 1\right)\left(b^2 + b + 1\right)\left(c^2 + c + 1\right) \leq 27$$

Nói thêm về ví dụ 2. Trên thực tế ý tưởng dồn biến cho ta một chứng minh khá nhẹ nhàng. Nhưng với mong muốn làm bài toán trở nên đơn giản hơn nữa, Zhao Bin (China) đã giải được nó bằng nguyên lí Dirichlet như sau:

Trong 3 số $a^2 - a,\ b^2 - b,\ c^2 - c$ luôn tồn tại 2 số cùng dấu. Không mất tính tổng quát giả sử 2 số đó là $a^2 - a$ và $b^2 - b$, thì $\left(a^2 - a\right)\left(b^2 - b\right) \geq 0$.

Dẫn tới:

$$\begin{aligned}&\left(a^2-a+1\right)\left(b^2-b+1\right)\\&=\left(a^2-a\right)\left(b^2-b\right)+a^2-a+b^2-b+1\\&\geq a^2-a+b^2-b+1\geq \frac{(a+b)^2}{2}-(a+b)+1\\&=\frac{(3-c)^2}{2}-(3-c)+1=\frac{c^2-4c+5}{2}\end{aligned}$$

Ta còn phải chỉ ra

$$\left(c^2-4c+5\right)\left(c^2-c+1\right)\geq 2 \Leftrightarrow (c-1)^2\left(c^2-3c+3\right)\geq 0,$$

đúng với $\forall c \in \mathbb{R}$.

Mặc dù khá hay, ngắn gọn và ít tính toán hơn, nhưng cách chứng minh thứ 2 này rõ ràng nhiều rủi ro hơn cách 1. Ở cách 1, BĐT cuối cùng của ta $\left(4t^2-10t+7\right)\left(t^2-t+1\right)^2 \geq 1$ là một kết quả mà ta chắc chắn là đúng. Bởi lẽ bài toán ban đầu nếu đúng trong trường hợp 3 biến bất kì thì hiển nhiên sẽ phải đúng trong trường hợp 2 biến bằng nhau. Đó cũng chính là lí do người ta gọi dồn biến là một phương pháp mạnh. Sau bước bắc cầu (mà ta gọi là phép dồn) $f(a,\ b,\ c)\geq f\left(a, \frac{b+c}{2}, \frac{b+c}{2}\right)$, tính đúng sai của bất đẳng thức tiếp theo không thay đổi, hay ta vẫn có $f\left(a, \frac{b+c}{2}, \frac{b+c}{2}\right)\geq 1$.

Ở cách 2, bất đẳng thức $\left(c^2-4c+5\right)\left(c^2-c+1\right)\geq 2$ chưa chắc đã đúng nếu như ta chưa chứng minh cụ thể (trong trường hợp này thì may mắn là nó đúng).

Bài toán 3: Cho $a,\ b,\ c>0$ thỏa mãn $abc=1$. Chứng minh rằng:

$$a^2+b^2+c^2+9(ab+bc+ca)\geq 10(a+b+c)$$

Lời giải: Đặt $f(a,\ b,\ c)=a^2+b^2+c^2+9(ab+bc+ca)-10(a+b+c)$

Giả sử $a = \max\{a,\ b,\ c\} \Rightarrow a^3 \geq abc = 1 \Rightarrow a \geq 1$

Xét hiệu

$$\begin{aligned}
&f(a,\ b,\ c) - f\left(a,\ \sqrt{bc},\ \sqrt{bc}\right)\\
&= (b-c)^2 + 9a\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)^2 - 10\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)^2\\
&= \left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)^2\left(\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)^2 + 9a - 10\right)
\end{aligned}$$

Ta có đánh giá sau:

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)^2 + 9a \quad &= b + c + 2\sqrt{bc} + 9a > b + c + 9a\\
&\geq 3\sqrt[3]{abc} + 8a = 3 + 8a > 10
\end{aligned}$$

$\Rightarrow f(a,\ b,\ c) \geq f\left(a,\ \sqrt{bc},\ \sqrt{bc}\right)$

Ta sẽ chứng minh $f\left(a,\ \sqrt{bc},\ \sqrt{bc}\right) \geq 0$

Đặt $\sqrt{bc} = t$ thì $at^2 = 1 \Rightarrow a = \dfrac{1}{t^2}$

$$\begin{aligned}
f(a,\ t,\ t) \quad &= a^2 + 2t^2 + 9\left(2at + t^2\right) - 10(a + 2t)\\
&= \frac{1}{t^4} + 2t^2 + 9\left(\frac{2}{t} + t^2\right) - 10\left(\frac{1}{t^2} + 2t\right)\\
&= \frac{(t-1)^2\left(2t^4 + \left(3t^2-1\right)^2 + 2t(t-1)^2 + 3t^2\right)}{t^4} \geq 0
\end{aligned}$$

với mọi $t > 0$. Lời giải bài toán hoàn thành.

Bài toán 3 là một bài toán hay và tiêu biểu cho phương pháp dồn biến về trung bình nhân. Hình thức của nó khiến ta dễ dàng nghĩ đến việc sử dụng dồn biến để giải quyết. Tuy nhiên, với bài toán 4 sau đây thì không dễ dàng như thế:

Bài toán 4: Cho $a,\ b,\ c > 0$. Chứng minh rằng:

$$a^6 + b^6 + c^6 - 3a^2b^2c^2 \geq 18\left(a^2 - bc\right)\left(b^2 - ac\right)\left(c^2 - ab\right)$$

Lời giải: Ta có khai triển sau:

$$\left(a^2-bc\right)\left(b^2-ac\right)\left(c^2-ab\right)=abc\left(a^3+b^3+c^3\right)-a^3b^3-b^3c^3-c^3a^3$$

Nên bất đẳng thức bên trên tương đương với

$$a^6+b^6+c^6-3a^2b^2c^2\geq 18\left(abc\left(a^3+b^3+c^3\right)-a^3b^3-b^3c^3-c^3a^3\right)$$

Đây là một bất dẳng thức thuần nhất với 3 biến $a,\ b,\ c$ nên không mất tổng quát chuẩn hóa $abc=1$. Đpcm trở thành

$a^6+b^6+c^6-3\geq 18\left(\left(a^3+b^3+c^3\right)-a^3b^3-b^3c^3-c^3a^3\right)$ với $abc=1$

Hay $x^2+y^2+z^2-3\geq 18\left(x+y+z-xy-yz-zx\right)$ (1) với $xyz=1$ ($x=a^3,\ y=b^3,\ z=c^3$)

Đến đây thì hình thức của nó đã khá giống với bài toán 3. Các bạn có thể làm hoàn toàn tương tự. Chú ý rằng trong bài toán 4 dấu bằng xảy ra tại 2 điểm là $a=b=c$ hoặc $\frac{a}{2}=b=c$ và các hoán vị tương ứng.

Chưa dừng lại ở đó, trong cuốn sách Các chuyên đề về bất đẳng thức hiện đại của anh Võ Quốc Bá Cẩn có nêu ra bài toán sau:

Bài toán 5: Chứng minh rằng với mọi bộ 3 số thực $a,\ b,\ c$ trong đó không có 2 số nào đồng thời bằng 0, ta có: $\frac{ab}{a^2+4b^2}+\frac{bc}{b^2+4c^2}+\frac{ca}{c^2+4a^2}\leq\frac{3}{5}$

Nhận xét:Nếu các bạn thử cầm bút và suy nghĩ bài toán này, hẳn các bạn sẽ nhận ra là nó khó, thậm chí rất khó. Chú ý rằng $ab\leq|ab|$ nên chỉ cần xét bài toán trong trường hợp cả 3 số $a,\ b,\ c$ không âm là đủ.

Nếu có 1 trong 3 số bằng 0, giả sử $c = 0$ thì $\sum\limits_{cyc} \frac{ab}{a^2+4b^2} = \frac{ab}{a^2+4b^2} \le \frac{1}{4} < \frac{3}{5}$

Cuối cùng, ta xét khi cả $a,\ b,\ c$ đều dương.

Lời giải:Đặt $\frac{b}{a} = x,\ \frac{c}{b} = y,\ \frac{a}{c} = z$, ta có $x,\ y,\ z > 0,\ xyz = 1$ và ta cần chứng minh

$\sum \frac{x}{4x^2+1} \le \frac{3}{5} \Leftrightarrow \sum \frac{4x}{4x^2+1} \le \frac{12}{5} \Leftrightarrow \sum \left(1 - \frac{4x}{4x^2+1}\right) \ge \frac{3}{5} \Leftrightarrow \sum \frac{(2x-1)^2}{4x^2+1} \ge \frac{3}{5}$

Sử dụng Cauchy- Schwarz ta có:

$$\frac{(2x-1)^2}{4x^2+1} + \frac{(2y-1)^2}{4y^2+1} + \frac{(2z-1)^2}{4z^2+1} \ge \frac{(2x+2y+2z-3)^2}{4\left(x^2+y^2+z^2\right)+3}$$

Như vậy ta chỉ cần chứng minh được

$$5(2x+2y+2z-3)^2 \ge 3\left(4\left(x^2+y^2+z^2\right)+3\right),$$

hay $2\left(x^2+y^2+z^2\right) + 10\left(xy+yz+zx\right) + 9 \ge 15\left(x+y+z\right) \qquad (2)$

Thực hiện tương tự bài toán 3, bài toán 5 sẽ được giải hoàn toàn. Công việc này xin dành cho bạn đọc. Chú ý rằng không phải lúc nào các kết quả ta cần chứng minh sau cùng cũng đúng. Trên thực tế tôi đã kiểm tra tính đúng sai của (1) và (2). Với những ai ưa tìm tòi, BĐT (2) còn có thể được chứng minh chỉ bằng AM-GM, các bạn hãy thử xem.

Không chỉ hiệu quả với các bài toán có biến số dương mà với các bài toán có biến số thực, dồn biến cũng nhiều lần thể hiện những ưu điểm vượt trội. Hãy cùng xem xét bài toán 6 sau đây

Bài toán 6: Cho $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$ thoả mãn $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:

$$3\left(a^4+b^4+c^4\right)+33 \geq 14\left(a^2+b^2+c^2\right)$$

Nhận xét: Bài toán trên cũng không phải là 1 bài toán dễ. Phép đồng bậc hóa hay BĐT Schur bậc 4 đều vô hiệu. Bởi một lẽ nó có tới 2 điểm rơi, đó là $(1,\ 1,\ 1)$ và $\left(\frac{5}{3},\ \frac{5}{3},\ \frac{-1}{3}\right)$. Với dồn biến, thậm chí ta còn không cần biết trước điểm rơi thứ 2.

Lời giải:

Đặt $f\left(a,\ b,\ c\right)=3\left(a^4+b^4+c^4\right)+33-14\left(a^2+b^2+c^2\right)$

Giả sử $a=\min\left\{a,\ b,\ c\right\} \Rightarrow a \leq 1 \Rightarrow b+c \geq 2$.

Xét hiệu:

$$f\left(a,\ b,\ c\right)-f\left(a,\ t,\ t\right)=3\left(b^4+c^4-2t^4\right)-14\left(b^2+c^2-2t^2\right)$$

với $t=\dfrac{b+c}{2} \geq 1$

Do $b^4+c^4-2t^4=b^4+c^4-2b^2c^2-2\left(t^4-b^2c^2\right)=\left(b^2-c^2\right)^2-\dfrac{(b-c)^2\left(t^2+bc\right)}{2}$ và $b^2+c^2-2t^2=\dfrac{(b-c)^2}{2}$ nên

$$\begin{aligned}
&f\left(a,\ b,\ c\right)-f\left(a,\ t,\ t\right)\\
&=\frac{(b-c)^2}{4}\left(3\left(4(b+c)^2-2\left(t^2+bc\right)\right)-28\right)\\
&=\frac{(b-c)^2}{4}\left(3\left(14t^2-2bc\right)-28\right)
\end{aligned}$$

Do $2bc \leq \dfrac{t^2}{2}$ nên $3\left(14t^2-bc\right) \geq 3\left(14t^2-\dfrac{t^2}{2}\right)=\dfrac{81t^2}{2}>28$, phép dồn hoàn tất.

Cuối cùng, $f\left(a,\ t,\ t\right)=f\left(3-2t,\ t,\ t\right)=6(t-1)^2(3t-5)^2 \geq 0$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=c=1$ hoặc $a=\dfrac{-1}{3},\ b=c=\dfrac{5}{3}$ và các bộ hoán vị.

Từ đầu đến giờ, nếu như các phép tách bình phương và xét hiệu đã làm bạn mệt mỏi, thì hãy cùng tôi đến với một ví dụ khá thú vị sau đây:

Bài toán 7: Chứng minh rằng với mọi bộ 3 số không âm $a,\ b,\ c$ trong đó không có 2 số nào đồng thời bằng 0, ta có: $\sqrt{1+\dfrac{48a}{b+c}}+\sqrt{1+\dfrac{48b}{c+a}}+\sqrt{1+\dfrac{48c}{a+b}}\geq 15$

Lời giải: Để giải bài toán này, ta sẽ chứng minh bổ đề sau:

Với $a,\ b,\ c\geq 0$ và $c=\min\left\{a,\ b,\ c\right\}$ thì $\sqrt{\dfrac{a}{b+c}}+\sqrt{\dfrac{b}{c+a}}\geq 2\sqrt{\dfrac{a+b}{a+b+2c}}\qquad(*)$

Chú ý rằng (*) thực chất chính là một phép dồn biến (coi VT(*) là $f\left(a,\ b,\ c\right)$ thì VP chính là $f\left(t,\ t,\ c\right)$ với $t=\dfrac{a+b}{2}$)

Chứng minh (*):

Sử dụng BĐT Holder ta có:

$$\left(\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{c+a}}\right)^2\left(a^2\left(b+c\right)+b^2\left(c+a\right)\right)\geq\left(a+b\right)^3$$

Như vậy để chứng minh (*) ta chỉ cần chứng minh được

$$\frac{\left(a+b\right)^3}{a^2\left(b+c\right)+b^2\left(c+a\right)}\geq\frac{4\left(a+b\right)}{a+b+2c}$$

$$\Leftrightarrow\left(a+b\right)^2\left(a+b+2c\right)\geq 4\left(a^2\left(b+c\right)+b^2\left(c+a\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(a+b\right)^3-4ab\left(a+b\right)\geq 2c\left(2\left(a^2+b^2\right)-\left(a+b\right)^2\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(a+b-2c\right)\left(a-b\right)^2\geq 0$$

BĐT này hiển nhiên đúng do $c=\min\left\{a,\ b,\ c\right\}$, (*) được chứng minh.

Quay trở lại bài toán 7. Giả sử $c = \min\{a,\ b,\ c\}$. Sử dụng BĐT Minkovski kết hợp với (*) ta có:

$$\sqrt{1+\frac{48a}{b+c}}+\sqrt{1+\frac{48b}{c+a}}$$
$$\geq \sqrt{(1+1)^2+48\left(\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{c+a}}\right)^2}$$
$$\geq \sqrt{4+48\cdot\frac{4(a+b)}{a+b+2c}} = 2\sqrt{1+\frac{48(a+b)}{a+b+2c}}$$

Ta sẽ chứng minh: $2\sqrt{1+\frac{48(a+b)}{a+b+2c}}+\sqrt{1+\frac{48c}{a+b}} \geq 15$

Đặt $\sqrt{1+\frac{48c}{a+b}} = t+1$ thì $0 \leq t \leq 4$ và $\frac{2c}{a+b} = \frac{t(t+2)}{24}$, suy ra:

$$\sqrt{1+\frac{48(a+b)}{a+b+2c}} = \sqrt{1+\frac{48}{1+\frac{2c}{a+b}}} = \sqrt{\frac{t^2+2t+1176}{t^2+2t+24}}$$

BĐT cuối có thể được viết lại thành: $2\sqrt{\frac{t^2+2t+1176}{t^2+2t+14}} \geq 14-t \Leftrightarrow t(18-t)(t-4)^2 \geq 0$, hiển nhiên do $0 \leq t \leq 4$.

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$ hoặc $a = b,\ c = 0$ và các bộ hoán vị.

Với các bài toán 3 biến thì như vậy, thế còn với các bài toán 4 biến thì sao? Dồn biến vẫn thể hiện hiệu quả nhất định, nhưng ta cần đến sự bổ trợ của phương pháp SOS (Sum Of Squares) để hoàn tất phép dồn. Xin được nhắc lại một bổ đề cơ sở của SOS:

Cho $a,\ b,\ c$ là 3 số không âm thỏa mãn $a \geq b \geq c \geq 0$.

Xét bất đẳng thức $S_a(b-c)^2+S_b(a-c)^2+S_c(a-b)^2 \geq 0$.

Bất đẳng thức sẽ đúng nếu ta có: $S_b \geq 0,\ S_b+S_a \geq 0,\ S_b+S_c \geq 0$.

Thật vậy, ta có $(a-c)^2 = (a-b+b-c)^2 = (a-b)^2+(b-c)^2+$

$2\,(a-b)\,(b-c)$, suy ra
$\sum S_a(b-c)^2 = (S_b+S_a)\,(b-c)^2 + (S_b+S_c)\,(a-b)^2 + 2S_b\,(a-b)\,(b-c) \geq 0$ với những điều kiện bên trên.

Bây giờ chúng ta cùng đến với Bài toán 8:

Bài toán 7: Cho $a,\ b,\ c,\ d \geq 0$ thỏa mãn $a+b+c+d=4$. Chứng minh rằng:

$$3\left(a^2+b^2+c^2+d^2\right)+4abcd \geq 16$$

Lời giải: Đặt $f\,(a,\ b,\ c,\ d) = 3\left(a^2+b^2+c^2+d^2\right)+4abcd$

Giả sử $a \geq b \geq c \geq d \geq 0$. Bất đẳng thức $f\,(a,\ b,\ c,\ d) \geq f\,(t,\ t,\ t,\ d)$ với $t = \dfrac{a+b+c}{3}$ tương đương với:

$$\begin{aligned}
&3\left(a^2+b^2+c^2-3t^2\right)-4\left(t^3-abc\right)d \geq 0\\
&\Leftrightarrow (b-c)^2+(a-c)^2+(a-b)^2-\frac{4d}{27}\left(\sum\frac{7a+b+c}{2}(b-c)^2\right) \geq 0\\
&\Leftrightarrow \sum\left(1-\frac{2d\,(7a+b+c)}{27}\right)(b-c)^2 \geq 0
\end{aligned}$$

Đặt $S_a = 1-\dfrac{2d\,(7a+b+c)}{27}$, $S_b,\ S_c$ tương tự. Dễ thấy $S_a \leq S_b \leq S_c$

Ta sẽ chứng minh $S_a+S_b>0$ hay $2d\,(4a+4b+c)<27$. Thật vậy,

$$\begin{aligned}
4a+4b+c &= 4\,(a+b+c)-3c\\
&= 4\,(4-d)-3c\\
&\leq 4\,(4-d)-3d = 16-7d
\end{aligned}$$

$\Rightarrow 2d\,(4a+4b+c) \leq 2d\,(16-7d) = -2d^2-12\left(d-\dfrac{4}{3}\right)^2+\dfrac{64}{3} < 27$

Suy ra $S_b \geq \dfrac{S_a+S_b}{2} > 0;\ S_b+S_c \geq S_a+S_b > 0$, phép dồn hoàn tất.

Cuối cùng ta chỉ cần chứng minh: $f\,(t,\ t,\ t,\ d) \geq 16$, có nghĩa là

$f(t,\ t,\ t,\ 4-3t) \geq 16$. Tương đương với $(t-1)^2(t+2)(3t-4) \leq 0$, hiển nhiên do $0 \leq t \leq \dfrac{4}{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = d = 1$ hoặc $a = b = c = \dfrac{4}{3},\ d = 0$ và các bộ hoán vị tương ứng.

Bạn tìm đọc: Bơi tự cứu dịch cân kinh

Tác giả: Phạm Anh Tuấn

Tủ sách Sputnik, số BS002, giá bìa 100K VND, in màu trên giấy chất lượng cao, gần 150 trang, xuất bản tháng 05/2017.

Đây là một quyển sách rất hay dạy kỹ năng sống, phòng chết đuối cho trẻ em và cả người lớn. Và bạn có biết rằng, người biết bơi cũng có thể bị đuối nước nếu không biết đề phòng, kể cả khi đang ở trên cạn? Sau đây là trang bìa và sáu trang nội dung trích từ quyển sách.

A. Đuối nước là gì?

Có một loạt câu trả lời cho câu hỏi trên:

- Là rơi xuống nước mà không biết bơi.

- Là đang bơi bị chuột rút, không bơi vào bờ được.

- Là đi đò rồi đò chìm mà không mặc áo phao.

- Là bị sóng biển cuốn đi.

- Là ngã xuống hố nước mà không lên được.

- Là...

Bạn hãy chọn hoặc tự nghĩ câu trả lời xem “Đuối nước là gì?” trước khi đọc câu trả lời trong phần tiếp theo.

Khảo sát của E-Bơi trong khoảng 10 năm dạy bơi cho thấy, số đông người được hỏi không hiểu rõ đuối nước là gì, và có lẽ vì thế mà hiện vẫn có nhiều nghịch lý trong bức tranh phòng chống đuối nước ở nước ta.

• Ít ai biết bơi lội có tới 4 lợi ích là vui chơi, mạnh khỏe, mưu sinh và nâng cao khả năng an toàn đuối nước. Số đông bố mẹ thường chỉ nghĩ rằng học bơi là để không bị đuối nước. Một số thì muốn con học bơi để phát triển chiều cao…

Dù biết rằng hiện trẻ khó được phổ cập học bơi trong hệ thống giáo dục, nhưng các bố mẹ cứ "neo" vào việc nhà trường nên dạy bơi cho trẻ mà không chú ý tới các biện pháp phòng chống đuối nước khác cho con mình. Hậu quả là, sống trong một đất nước có hơn 3000 km bờ biển và một hệ thống sông ngòi ao hồ chằng chịt mà trẻ nhỏ chẳng được học bơi, cũng chẳng được trang bị những kiến thức phòng chống đuối nước khác. Bức tranh trẻ em đuối nước ở nước ta ảm đạm thế nào, chắc ai cũng biết rõ;

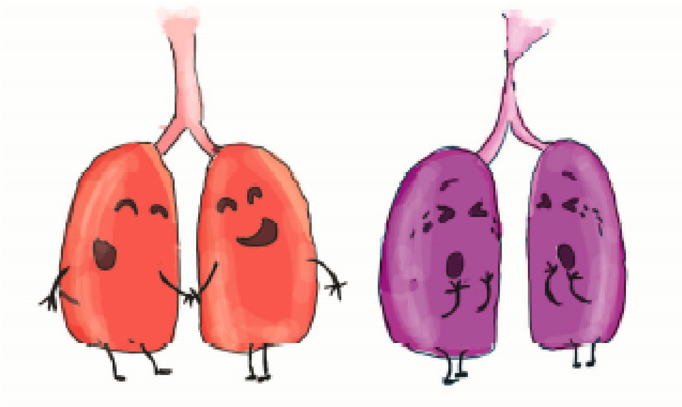
• Trẻ biết bơi có thực sự an toàn đuối nước không? Xin thưa là KHÔNG! Thực tế là đã có nhiều người lớn bơi giỏi nhưng chủ quan vẫn chết đuối, huống hồ trẻ nhỏ mải chơi, sức yếu. Lại có nhiều vụ đuối nước xảy ra ở những nơi không bơi được như chậu tắm, máy giặt, chum vại, bể cá cảnh, đường phố mưa ngập nước;

• Đuối nước xảy ra quanh năm, ở cả trong nhà và ngoài ngõ nhưng chỉ tới hè, hay tới khi có trẻ bị đuối nước thì bố mẹ và xã hội mới lại sốt sắng quan tâm tới chuyện dạy trẻ học bơi. Nhưng chỉ sau một thời gian ngắn, mối quan tâm này lại lắng xuống bởi những lo toan bộn bề khác;

• Trẻ ở nông thôn, vùng sâu, vùng xa thường bị đuối nước nhiều hơn trẻ thành phố, nhưng sự an toàn của các em chưa được quan tâm đúng mực do cuộc sống nơi đây còn nhiều khó khăn, bố mẹ bận rộn mưu sinh.

"Đuối nước là gì?" – *Đuối nước thực chất là **đuối sức vì nước**. Khi nước hay một chất lỏng nào đó xâm nhập vào khí quản thì khí quản sẽ co thắt, hắt hơi tống nước hay chất lỏng ra ngoài. Nếu bị nước ập vào liên tục, khí quản sẽ đóng hẳn làm ngạt thở lâu và cuối cùng là tử vong (chết đuối).*

Có thể hiểu phản ứng của khí quản qua hình vẽ dưới đây:



Phổi khi thở bình thường và khi bị sặc nước

Khi ngạt thở lâu, não bị chết do thiếu ô-xy và không thể điều khiển được hệ thần kinh, tim mạch, hô hấp... Nếu may mắn cứu được não, thì hệ thần kinh cũng dễ bị tổn hại, có thể ảnh hưởng tới cuộc sống của người bị nạn và gia đình họ suốt đời.

Như thế, đuối nước có thể xảy ra ở bất cứ nơi nào có **mặt nước hở nguy hiểm**, mà ở đó nước có thể lọt vào khí quản gây ngạt thở. Đuối nước/chết đuối đã xảy ra ngay trong nhà, ở xô tắm, chậu rửa bát, bể cá cảnh, chum vại, máy giặt có chứa nước; ở vũng nước cạnh nhà... Đây rõ ràng là những nơi không thể bơi được. Tất nhiên, đuối nước thường xảy ra ở ngoài ngõ như ở ao, hồ, sông, suối, biển...

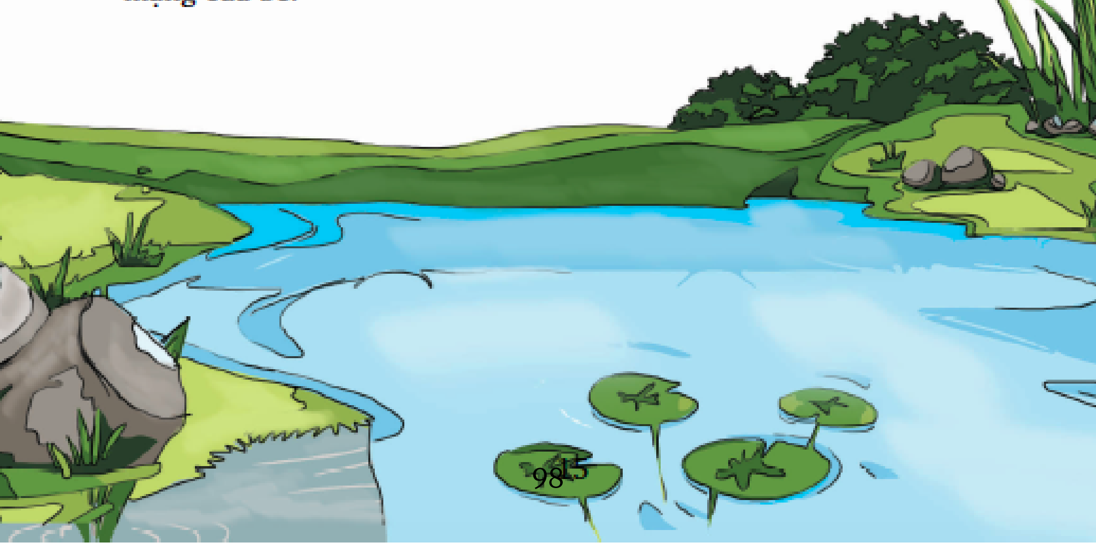
Dưới đây là một vài khổ thơ mà bố mẹ nên thuộc để dạy cho con em mình:

Mặt nước hở nguy hiểm
Bạn biết nó là chi
Là bất cứ mặt nước
Không được phủ cái gì.

Mặt nước hở nguy hiểm
Có ở bất cứ đâu
Trong nhà hay ngoài ngõ
Non cao hay biển sâu

Mặt nước hở nguy hiểm
Cho trẻ nhỏ mọi nhà
Nước mà sặc vào phổi
Đuối nước dễ xảy ra.

Ở Australia, đã có bé gái tuổi mẫu giáo nhỏ bị thiệt mạng khi mải chơi, ngã đập mặt vào bát nước góc vườn dành cho chó nhỏ. Trớ trêu là tai nạn ngã ngất và ngạt thở đã xảy ra cùng một lúc cướp đi sinh mạng của bé.



ĐUỐI NƯỚC KHÔ

Có một hiện tượng đuối nước khác là "Đuối nước khô" mà các bố mẹ nên biết:

Con Cò con Vạc con Nông
Ba con trốn mẹ tắm sông trưa hè
Cò con ngụp lặn ven đê
Sặc vài ngụm nước bỏ về nhà ngay
Sáng sau Cò thấy ngây ngây
Ho nhiều, khó thở, mặt mày ủ ê
Bố Cò nghỉ việc phóng về
Chở Cò vào bệnh viện quê khám liền
Dọc đường Cò nói luyên thuyên
Câu cú lộn xộn, sắc huyền ngây ngô
Bác sĩ bảo "Đuối nước khô"
Nước đọng biến phổi thành hồ mù sương

Hít thở như vậy hết đường
Chữa mà không kịp thì thường là gay
May nhà Cò đã tới đây
Kịp thời chữa trị vài ngày là xong
Con Cò con Vạc con Nông
Từ nay cạch trốn ra sông tắm liều.

Để trẻ nhỏ không còn bị đuối nước, xin các bố mẹ cùng mọi thành viên trong gia đình và xã hội chung tay che phủ, đậy kín, rào dậu, loại bỏ, cảnh báo và nhắc nhở trẻ tránh xa những mặt nước hở nguy hiểm, đồng thời tìm các biện pháp thích hợp khác như chấp hành nội quy an toàn giao thông đường thủy, học Bơi tự cứu Dịch cân kinh để ngăn nước lọt vào hệ hô hấp thay vì chỉ nghĩ học bơi là biện pháp duy nhất.

Trong tình hình hiện nay, phổ cập bơi lội bằng việc học bơi ếch, trong hệ thống giáo dục là một việc tốn kém, khó khả thi.